TÔN THÂN (Chủ biên) - NGUYỄN HUY ĐOAN - LÊ VĂN HỒNG
TRẦN HỮU NAM - TRƯƠNG CÔNG THÀNH - NGUYỄN HỮU THẢO

BÀI TẬP TOÁN 8

TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TÔN THÂN (Chủ biên) - NGUYỄN HUY ĐOAN - LÊ VĂN HỒNG
TRẦN HỮU NAM - TRƯƠNG CÔNG THÀNH - NGUYỄN HỮU THẢO

Bài tập
TOÁN 8

TẬP HAI

(Tái bản lần thứ bảy)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

01 – 2011/CXB/767 – 1235/GD

Mã số : 2B804T1

LỜI NÓI ĐẦU

Trong những năm qua, bộ sách Bài tập Toán từ lớp 6 đến lớp 9 do chính các tác giả sách giáo khoa Toán THCS biên soạn đã được sử dụng kèm theo sách giáo khoa và đã mang lại những hiệu quả thiết thực. Bộ sách đã là một tài liệu bổ ích giúp các thầy, cô giáo có thêm tư liệu trong việc soạn giảng, giúp các em học sinh tự học, tự rèn luyện kĩ năng, qua đó củng cố được kiến thức cơ bản, hình thành phương pháp giải toán, tăng thêm khả năng vận dụng kiến thức và góp phần rèn luyện tư duy toán học.

Để đáp ứng tốt hơn nhu cầu ngày càng cao của các thầy, cô giáo và các em học sinh, chúng tôi tiến hành chỉnh lí và bổ sung bộ sách bài tập hiện có theo hướng tạo nhiều cơ hội hơn nữa để các em học sinh được củng cố kiến thức toán học cơ bản, được rèn luyện kĩ năng theo ***Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** trong ***Chương trình Giáo dục phổ thông*** được Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành ngày 5 tháng 5 năm 2006. Nói chung, ở mỗi "xoắn"(§), cuối mỗi chương sẽ có thêm phần ***Bài tập bổ sung***. Trong phần này, có thể có các *câu hỏi trắc nghiệm khách quan* để các em học sinh tự kiểm tra, đánh giá mức độ nắm vững kiến thức của mình. Một số dạng bài tập chưa có trong sách giáo khoa cũng được bổ sung nhằm làm phong phú thêm các thể loại bài tập, giúp các em học sinh tập dượt vận dụng kiến thức trong nhiều tình huống khác nhau. Bộ sách cũng được bổ sung một số bài tập dành cho các em học sinh khá, giỏi. Những bài tập này được đánh dấu "*". Bên cạnh đó, các tác giả cũng chú ý chỉnh sửa cách diễn đạt ở một số chỗ cho thích hợp và dễ hiểu hơn.

Chúng tôi hi vọng rằng với việc chỉnh lí và bổ sung như trên, bộ sách Bài tập Toán từ lớp 6 đến lớp 9 sẽ góp phần tích cực hơn nữa trong việc nâng cao chất lượng dạy và học môn Toán ở các trường THCS trong cả nước, đáp ứng tốt hơn nữa nhu cầu đa dạng của các đối tượng học sinh khác nhau.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng song bộ sách khó tránh khỏi những thiếu sót. Chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của các thầy, cô giáo và bạn đọc gần xa để trong các lần tái bản sau bộ sách được hoàn thiện hơn. Xin chân thành cảm ơn.

Hà Nội, tháng 10 năm 2009

CÁC TÁC GIẢ

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương III
PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

ĐỀ BÀI

§1. Mở đầu về phương trình

1. Trong các số -2 ; $-1{,}5$; -1 ; $0{,}5$; $\frac{2}{3}$; 2 ; 3, số nào là nghiệm của mỗi phương trình sau đây :

a) $y^2 - 3 = 2y$; b) $t + 3 = 4 - t$; c) $\frac{3x - 4}{2} + 1 = 0$.

2. Hãy thử lại và cho biết các khẳng định sau có đúng không :

a) $x^3 + 3x = 2x^2 - 3x + 1 \Leftrightarrow x = -1$;

b) $(z - 2)(z^2 + 1) = 2z + 5 \Leftrightarrow z = 3$.

3. Cho ba biểu thức $5x - 3$, $x^2 - 3x + 12$ và $(x + 1)(x - 3)$.

a) Lập ba phương trình, mỗi phương trình có hai vế là hai trong ba biểu thức đã cho.

b) Hãy tính giá trị của các biểu thức đã cho khi x nhận tất cả các giá trị thuộc tập hợp $M = \{x \in \mathbf{Z} \mid -5 \le x \le 5\}$, điền vào bảng sau rồi cho biết mỗi phương trình ở câu a) có những nghiệm nào trong tập hợp M :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$5x - 3$											
$x^2 - 3x + 12$											
$(x + 1)(x - 3)$											

4. Trong một cửa hàng bán thực phẩm, Tâm thấy cô bán hàng dùng một chiếc cân đĩa. Một bên đĩa cô đặt một quả cân 500g, bên đĩa kia, cô đặt hai gói

hàng như nhau và ba quả cân nhỏ, mỗi quả 50g thì cân thăng bằng. Nếu khối lượng mỗi gói hàng là x (gam) thì điều đó có thể được mô tả bởi phương trình nào ?

5. Thử lại rằng phương trình $2mx - 5 = -x + 6m - 2$ luôn luôn nhận $x = 3$ làm nghiệm, dù m lấy bất cứ giá trị nào.

6. Cho hai phương trình

$$x^2 - 5x + 6 = 0 ; \quad (1)$$

$$x + (x - 2)(2x + 1) = 2. \quad (2)$$

a) Chứng minh rằng hai phương trình có nghiệm chung là $x = 2$.

b) Chứng minh rằng $x = 3$ là nghiệm của (1) nhưng không là nghiệm của (2).

c) Hai phương trình đã cho có tương đương với nhau không, vì sao ?

7. Tại sao có thể kết luận tập nghiệm của phương trình

$$\sqrt{x} + 1 = 2\sqrt{-x} \quad \text{là } \varnothing \text{ ?}$$

8. Chứng minh rằng phương trình $x + |x| = 0$ nghiệm đúng với mọi $x \leq 0$.

9. Cho phương trình $(m^2 + 5m + 4)x^2 = m + 4$, trong đó m là một số. Chứng minh rằng :

a) Khi $m = -4$, phương trình nghiệm đúng với mọi giá trị của ẩn.

b) Khi $m = -1$, phương trình vô nghiệm.

c) Khi $m = -2$ hoặc $m = -3$, phương trình cũng vô nghiệm.

d) Khi $m = 0$, phương trình nhận $x = 1$ và $x = -1$ là nghiệm.

§2. Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải

10. Bằng quy tắc chuyển vế, giải các phương trình sau :

a) $x - 2{,}25 = 0{,}75$; b) $19{,}3 = 12 - x$;

c) $4{,}2 = x + 2{,}1$; d) $3{,}7 - x = 4$.

11. Bằng quy tắc nhân, tìm giá trị gần đúng nghiệm của các phương trình sau, làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba (dùng máy tính bỏ túi để tính toán).

a) $2x = \sqrt{13}$; b) $-5x = 1 + \sqrt{5}$; c) $x\sqrt{2} = 4\sqrt{3}$.

12. Tìm giá trị của m sao cho phương trình sau đây nhận $x = -2$ làm nghiệm :

$$2x + m = x - 1.$$

13. Tìm giá trị của k, biết rằng một trong hai phương trình sau đây nhận $x = 5$ làm nghiệm, phương trình còn lại nhận $x = -1$ làm nghiệm :

$$2x = 10 \text{ và } 3 - kx = 2.$$

14. Giải các phương trình sau :

a) $7x + 21 = 0$; b) $5x - 2 = 0$;

c) $12 - 6x = 0$; d) $-2x + 14 = 0$.

15. Giải các phương trình sau :

a) $0,25x + 1,5 = 0$; b) $6,36 - 5,3x = 0$;

c) $\frac{4}{3}x - \frac{5}{6} = \frac{1}{2}$; d) $-\frac{5}{9}x + 1 = \frac{2}{3}x - 10$.

16. Giải các phương trình sau :

a) $3x + 1 = 7x - 11$; b) $5 - 3x = 6x + 7$;

c) $11 - 2x = x - 1$; d) $15 - 8x = 9 - 5x$.

17. Chứng tỏ rằng các phương trình sau đây vô nghiệm :

a) $2(x + 1) = 3 + 2x$; b) $2(1 - 1,5x) + 3x = 0$; c) $|x| = -1$.

18. Cho phương trình $(m^2 - 4)x + 2 = m$.

Giải phương trình trong mỗi trường hợp sau :

a) $m = 2$;

b) $m = -2$;

c) $m = -2,2$.

§3. Phương trình đưa được về dạng ax + b = 0

19. Giải các phương trình sau :

a) $1,2 - (x - 0,8) = -2(0,9 + x)$;

b) $2,3x - 2(0,7 + 2x) = 3,6 - 1,7x$;

c) $3(2,2 - 0,3x) = 2,6 + (0,1x - 4)$;

d) $3,6 - 0,5(2x + 1) = x - 0,25(2 - 4x)$.

20. Giải các phương trình sau :

a) $\frac{x-3}{5} = 6 - \frac{1-2x}{3}$;

b) $\frac{3x-2}{6} - 5 = \frac{3-2(x+7)}{4}$;

c) $2\left(x + \frac{3}{5}\right) = 5 - \left(\frac{13}{5} + x\right)$;

d) $\frac{7x}{8} - 5(x-9) = \frac{20x+1,5}{6}$.

21. Tìm điều kiện của x để giá trị của mỗi phân thức sau được xác định :

a) $A = \frac{3x+2}{2(x-1)-3(2x+1)}$;

b) $B = \frac{0,5(x+3)-2}{1,2(x+0,7)-4(0,6x+0,9)}$.

22. Giải các phương trình sau :

a) $\frac{5(x-1)+2}{6} - \frac{7x-1}{4} = \frac{2(2x+1)}{7} - 5$;

b) $\frac{3(x-3)}{4} + \frac{4x-10,5}{10} = \frac{3(x+1)}{5} + 6$;

c) $\frac{2(3x+1)+1}{4} - 5 = \frac{2(3x-1)}{5} - \frac{3x+2}{10}$;

d) $\frac{x+1}{3} + \frac{3(2x+1)}{4} = \frac{2x+3(x+1)}{6} + \frac{7+12x}{12}$.

23. Tìm giá trị của k sao cho :

a) Phương trình $(2x+1)(9x+2k) - 5(x+2) = 40$ có nghiệm $x = 2$.

b) Phương trình $2(2x+1) + 18 = 3(x+2)(2x+k)$ có nghiệm $x = 1$.

24. Tìm các giá trị của x sao cho hai biểu thức A và B cho sau đây có giá trị bằng nhau :

a) $A = (x-3)(x+4) - 2(3x-2)$; $B = (x-4)^2$;

b) $A = (x+2)(x-2) + 3x^2$; $B = (2x+1)^2 + 2x$;

c) $A = (x-1)(x^2+x+1) - 2x$; $B = x(x-1)(x+1)$;

d) $A = (x+1)^3 - (x-2)^3$; $B = (3x-1)(3x+1)$.

25. Giải các phương trình sau :

a) $\frac{2x}{3}+\frac{2x-1}{6}=4-\frac{x}{3}$;

b) $\frac{x-1}{2}+\frac{x-1}{4}=1-\frac{2(x-1)}{3}$;

c) $\frac{2-x}{2001}-1=\frac{1-x}{2002}-\frac{x}{2003}$.

Bài tập bổ sung

3.1. Cho hai phương trình :

$$\frac{7x}{8}-5(x-9)=\frac{1}{6}(20x+1,5) \quad (1)$$

$$2(a-1)x-a(x-1)=2a+3. \quad (2)$$

a) Chứng tỏ rằng phương trình (1) có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm đó ;

b) Giải phương trình (2) khi a = 2 ;

c) Tìm giá trị của a để phương trình (2) có một nghiệm bằng một phần ba nghiệm của phương trình (1).

3.2. Bằng cách đặt ẩn phụ theo hướng dẫn, giải các phương trình sau :

a) $\frac{6(16x+3)}{7}-8=\frac{3(16x+3)}{7}+7$. *Hướng dẫn :* Đặt $u=\frac{16x+3}{7}$.

b) $\left(\sqrt{2}+2\right)\left(x\sqrt{2}-1\right)=2x\sqrt{2}-\sqrt{2}$. *Hướng dẫn :* Đặt $u=x\sqrt{2}-1$.

c) $0,05\left(\frac{2x-2}{2009}+\frac{2x}{2010}+\frac{2x+2}{2011}\right)=3,3-\left(\frac{x-1}{2009}+\frac{x}{2010}+\frac{x+1}{2011}\right)$.

Hướng dẫn : Đặt $u=\frac{x-1}{2009}+\frac{x}{2010}+\frac{x+1}{2011}$.

§4. Phương trình tích

26. Giải các phương trình sau :

a) $(4x-10)(24+5x)=0$;

b) $(3,5-7x)(0,1x+2,3)=0$;

c) $(3x-2)\left(\dfrac{2(x+3)}{7}-\dfrac{4x-3}{5}\right)=0$;

d) $(3,3-11x)\left(\dfrac{7x+2}{5}+\dfrac{2(1-3x)}{3}\right)=0$.

27. Dùng máy tính bỏ túi để tính giá trị gần đúng các nghiệm của mỗi phương trình sau, làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba.

a) $(\sqrt{3}-x\sqrt{5})(2x\sqrt{2}+1)=0$;　　b) $(2x-\sqrt{7})(x\sqrt{10}+3)=0$;

c) $(2-3x\sqrt{5})(2,5x+\sqrt{2})=0$;　　d) $(\sqrt{13}+5x)(3,4-4x\sqrt{1,7})=0$.

28. Giải các phương trình sau :

a) $(x-1)(5x+3)=(3x-8)(x-1)$;

b) $3x(25x+15)-35(5x+3)=0$;

c) $(2-3x)(x+11)=(3x-2)(2-5x)$;

d) $(2x^2+1)(4x-3)=(2x^2+1)(x-12)$;

e) $(2x-1)^2+(2-x)(2x-1)=0$;

f) $(x+2)(3-4x)=x^2+4x+4$.

29. Giải các phương trình sau :

a) $(x-1)(x^2+5x-2)-(x^3-1)=0$;　　b) $x^2+(x+2)(11x-7)=4$;

c) $x^3+1=x(x+1)$;　　d) $x^3+x^2+x+1=0$.

30. Giải các phương trình bậc hai sau đây bằng cách đưa về dạng phương trình tích.

a) $x^2-3x+2=0$;　　b) $-x^2+5x-6=0$;

c) $4x^2-12x+5=0$;　　d) $2x^2+5x+3=0$.

31. Giải các phương trình sau bằng cách đưa về dạng phương trình tích :

a) $(x-\sqrt{2})+3(x^2-2)=0$;　　b) $x^2-5=(2x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})$.

32. Cho phương trình $(3x+2k-5)(x-3k+1)=0$, trong đó k là một số.

a) Tìm các giá trị của k sao cho một trong các nghiệm của phương trình là $x=1$.

b) Với mỗi giá trị của k tìm được ở câu a), hãy giải phương trình đã cho.

33. Biết rằng x = –2 là một trong các nghiệm của phương trình :

$$x^3 + ax^2 - 4x - 4 = 0.$$

a) Xác định giá trị của a.

b) Với a vừa tìm được ở câu a) tìm các nghiệm còn lại của phương trình bằng cách đưa phương trình đã cho về dạng phương trình tích.

34. Cho biểu thức hai biến $f(x, y) = (2x - 3y + 7)(3x + 2y - 1)$.

a) Tìm các giá trị của y sao cho phương trình (ẩn x) $f(x, y) = 0$, nhận $x = -3$ làm nghiệm.

b) Tìm các giá trị của x sao cho phương trình (ẩn y) $f(x, y) = 0$ nhận $y = 2$ làm nghiệm.

§5. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

35. Em hãy chọn khẳng định đúng trong hai khẳng định dưới đây :

a) Hai phương trình tương đương với nhau thì phải có cùng ĐKXĐ.

b) Hai phương trình có cùng ĐKXĐ có thể không tương đương với nhau.

36. Khi giải phương trình $\dfrac{2 - 3x}{-2x - 3} = \dfrac{3x + 2}{2x + 1}$, bạn Hà làm như sau :

Theo định nghĩa hai phân thức bằng nhau, ta có :

$$\frac{2 - 3x}{-2x - 3} = \frac{3x + 2}{2x + 1} \Leftrightarrow (2 - 3x)(2x + 1) = (3x + 2)(-2x - 3)$$

$$\Leftrightarrow -6x^2 + x + 2 = -6x^2 - 13x - 6 \Leftrightarrow 14x = -8$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{7}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -\dfrac{4}{7}$.

Em hãy cho biết ý kiến về lời giải của bạn Hà.

37. Các khẳng định sau đây đúng hay sai :

a) Phương trình $\dfrac{4x - 8 + (4 - 2x)}{x^2 + 1} = 0$ có nghiệm là $x = 2$.

b) Phương trình $\dfrac{(x + 2)(2x - 1) - x - 2}{x^2 - x + 1} = 0$ có tập nghiệm là

$$S = \{-2 ; 1\}.$$

c) Phương trình $\dfrac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = 0$ có nghiệm là $x = -1$.

d) Phương trình $\dfrac{x^2(x - 3)}{x} = 0$ có tập nghiệm là

$$S = \{0 ; 3\}.$$

38. Giải các phương trình sau :

a) $\dfrac{1 - x}{x + 1} + 3 = \dfrac{2x + 3}{x + 1}$;

b) $\dfrac{(x + 2)^2}{2x - 3} - 1 = \dfrac{x^2 + 10}{2x - 3}$;

c) $\dfrac{5x - 2}{2 - 2x} + \dfrac{2x - 1}{2} = 1 - \dfrac{x^2 + x - 3}{1 - x}$;

d) $\dfrac{5 - 2x}{3} + \dfrac{(x - 1)(x + 1)}{3x - 1} = \dfrac{(x + 2)(1 - 3x)}{9x - 3}$.

39. a) Tìm x sao cho giá trị của biểu thức $\dfrac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 4}$ bằng 2.

b) Tìm x sao cho giá trị của hai biểu thức

$\dfrac{6x - 1}{3x + 2}$ và $\dfrac{2x + 5}{x - 3}$ bằng nhau.

c) Tìm y sao cho giá trị của hai biểu thức

$\dfrac{y + 5}{y - 1} - \dfrac{y + 1}{y - 3}$ và $\dfrac{-8}{(y - 1)(y - 3)}$ bằng nhau.

40. Giải các phương trình sau :

a) $\dfrac{1 - 6x}{x - 2} + \dfrac{9x + 4}{x + 2} = \dfrac{x(3x - 2) + 1}{x^2 - 4}$;

b) $1 + \dfrac{x}{3 - x} = \dfrac{5x}{(x + 2)(3 - x)} + \dfrac{2}{x + 2}$;

c) $\dfrac{2}{x - 1} + \dfrac{2x + 3}{x^2 + x + 1} = \dfrac{(2x - 1)(2x + 1)}{x^3 - 1}$;

d) $\dfrac{x^3 - (x - 1)^3}{(4x + 3)(x - 5)} = \dfrac{7x - 1}{4x + 3} - \dfrac{x}{x - 5}$.

41. Giải các phương trình sau :

a) $\dfrac{2x+1}{x-1} = \dfrac{5(x-1)}{x+1}$;

b) $\dfrac{x-3}{x-2} + \dfrac{x-2}{x-4} = -1$;

c) $\dfrac{1}{x-1} + \dfrac{2x^2-5}{x^3-1} = \dfrac{4}{x^2+x+1}$;

d) $\dfrac{13}{(x-3)(2x+7)} + \dfrac{1}{2x+7} = \dfrac{6}{x^2-9}$.

42. Cho phương trình ẩn x :

$$\frac{x+a}{a-x} + \frac{x-a}{a+x} = \frac{a(3a+1)}{a^2-x^2}.$$

a) Giải phương trình với $a = -3$;

b) Giải phương trình với $a = 1$;

c) Giải phương trình với $a = 0$;

d) Tìm các giá trị của a sao cho phương trình nhận $x = \dfrac{1}{2}$ làm nghiệm.

Bài tập bổ sung

5.1*. Giải các phương trình

a) $\dfrac{2}{x + \dfrac{1}{1 + \dfrac{x+1}{x-2}}} = \dfrac{6}{3x-1}$;

b) $\dfrac{\dfrac{x+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{x+1}}{1 + \dfrac{x+1}{x-1}} = \dfrac{x-1}{2(x+1)}$;

c) $\dfrac{5}{x} + \dfrac{4}{x+1} = \dfrac{3}{x+2} + \dfrac{2}{x+3}$.

§6 và §7. Giải bài toán bằng cách lập phương trình

43. Tổng của hai số bằng 80, hiệu của chúng bằng 14. Tìm hai số đó.

44. Tổng của hai số bằng 90, số này gấp đôi số kia. Tìm hai số đó.

45. Hiệu của hai số bằng 22, số này gấp đôi số kia. Tìm hai số đó, biết rằng :

a) Hai số nêu trong bài là hai số dương.

b) Hai số nêu trong bài là tuỳ ý.

46. Hiệu của hai số bằng 18, tỉ số giữa chúng bằng $\frac{5}{8}$. Tìm hai số đó, biết rằng :

a) Hai số nêu trong bài là hai số dương.

b) Hai số nêu trong bài là tuỳ ý.

47. Hai số nguyên dương có tỉ số giữa số thứ nhất và số thứ hai bằng $\frac{3}{5}$. Nếu lấy số thứ nhất chia cho 9, số thứ hai chia cho 6 thì thương của phép chia số thứ nhất cho 9 bé hơn thương của phép chia số thứ hai cho 6 là 3 đơn vị. Tìm hai số đó, biết rằng các phép chia nói trên đều là phép chia hết.

48. Thùng thứ nhất chứa 60 gói kẹo, thùng thứ hai chứa 80 gói kẹo. Người ta lấy ra từ thùng thứ hai số gói kẹo nhiều gấp ba lần số gói kẹo lấy ra từ thùng thứ nhất. Hỏi có bao nhiêu gói kẹo được lấy ra từ thùng thứ nhất, biết rằng số gói kẹo còn lại trong thùng thứ nhất nhiều gấp hai lần số gói kẹo còn lại trong thùng thứ hai ?

49. Một ôtô đi từ Hà Nội đến Thanh Hoá với vận tốc 40km/h. Sau 2 giờ nghỉ lại ở Thanh Hoá, ôtô lại từ Thanh Hoá về Hà Nội với vận tốc 30km/h. Tổng thời gian cả đi lẫn về là 10 giờ 45 phút (kể cả thời gian nghỉ lại ở Thanh Hoá). Tính quãng đường Hà Nội – Thanh Hoá.

50. (Bài toán cổ Hi Lạp)

– Thưa Py-ta-go lỗi lạc, trường của người có bao nhiêu môn đệ ?

Nhà hiền triết trả lời :

– Hiện nay, một nửa đang học Toán, một phần tư đang học Nhạc, một phần bảy đang ngồi yên suy nghĩ. Ngoài ra còn có ba phụ nữ.

Hỏi trường Đại học của Py-ta-go có bao nhiêu người ?

51. Trong một buổi lao động, lớp 8A gồm 40 học sinh chia thành hai tốp : tốp thứ nhất trồng cây và tốp thứ hai làm vệ sinh. Tốp trồng cây đông hơn tốp làm vệ sinh là 8 người. Hỏi tốp trồng cây có bao nhiêu học sinh ?

52. Ông của Bình hơn Bình 58 tuổi. Nếu cộng tuổi của bố (hay ba) Bình và hai lần tuổi của Bình thì bằng tuổi của ông và tổng số tuổi của cả ba người bằng 130. Hãy tính tuổi của Bình.

53. Một số tự nhiên lẻ có hai chữ số và chia hết cho 5. Hiệu của số đó và chữ số hàng chục của nó bằng 68. Tìm số đó.

54. Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 11. Nếu tăng tử số lên 3 đơn vị và giảm mẫu số đi 4 đơn vị thì được một phân số bằng $\frac{3}{4}$. Tìm phân số ban đầu.

55. Một số thập phân có phần nguyên là số có một chữ số. Nếu viết thêm chữ số 2 vào bên trái số đó, sau đó chuyển dấu phẩy sang trái một chữ số thì được số mới bằng $\frac{9}{10}$ số ban đầu. Tìm số thập phân ban đầu.

56. Một ôtô đi từ Hà Nội lúc 8 giờ sáng, dự kiến đến Hải Phòng vào lúc 10 giờ 30 phút. Nhưng mỗi giờ ôtô đã đi chậm hơn so với dự kiến là 10km nên mãi đến 11 giờ 20 phút xe mới tới Hải Phòng. Tính quãng đường Hà Nội – Hải Phòng.

57. Một tàu chở hàng từ ga Vinh về ga Hà Nội. Sau đó 1,5 giờ, một tàu chở khách xuất phát từ ga Hà Nội đi Vinh với vận tốc lớn hơn vận tốc tàu chở hàng là 7km/h. Khi tàu khách đi được 4 giờ thì nó còn cách tàu hàng là 25km. Tính vận tốc mỗi tàu, biết rằng hai ga cách nhau 319km.

58. Một người đi xe đạp từ A đến B. Lúc đầu, trên đoạn đường đá, người đó đi với vận tốc 10km/h. Trên đoạn đường còn lại là đường nhựa, dài gấp rưỡi đoạn đường đá, người đó đi với vận tốc 15km/h. Sau 4 giờ người đó đến B. Tính độ dài quãng đường AB.

59. Bánh trước của một máy kéo có chu vi là 2,5m, bánh sau có chu vi là 4m. Khi máy kéo đi từ A đến B, bánh trước quay nhiều hơn bánh sau 15 vòng. Tính khoảng cách AB.

60. Một miếng hợp kim đồng và thiếc có khối lượng 12kg, chứa 45% đồng. Hỏi phải thêm vào đó bao nhiêu thiếc nguyên chất để được một hợp kim mới có chứa 40% đồng ?

61. Một cửa hàng bán một máy vi tính với giá 6,5 triệu đồng chưa kể thuế giá trị gia tăng (VAT). Anh Trọng mua chiếc máy vi tính đó cùng với một môđem

ngoài và phải trả tổng cộng 7,546 triệu đồng, trong đó đã tính cả 10% thuế VAT. Hỏi giá tiền một chiếc môđem (không kể VAT) là bao nhiêu ?

Ghi chú : Môđem (modem) là một thiết bị dùng để chuyển đổi các tín hiệu số do máy tính phát ra thành các tín hiệu thích hợp, truyền qua đường điện thoại, và ngược lại. Với một máy tính cá nhân và một môđem, người ta có thể trao đổi thông tin giữa các tổ chức hay cá nhân qua mạng Intơnét (Internet). Khi mua một máy tính không có môđem trong (tức là môđem được thiết kế và cài đặt sẵn trong máy) mà muốn sử dụng Intơnét, người ta phải mua thêm một môđem ngoài.

Ôn tập chương III

62. Cho hai biểu thức $A = \dfrac{5}{2m+1}$ và $B = \dfrac{4}{2m-1}$.

Hãy tìm các giá trị của m để hai biểu thức ấy có giá trị thoả mãn hệ thức

a) $2A + 3B = 0$;

b) $AB = A + B$.

63. Tính gần đúng nghiệm của các phương trình sau, làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai (dùng máy tính bỏ túi để tính toán) :

a) $(x\sqrt{13} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - x\sqrt{3}) = 0$;

b) $(x\sqrt{2,7} - 1,54)(\sqrt{1,02} + x\sqrt{3,1}) = 0$.

64. Giải các phương trình sau :

a) $\dfrac{9x - 0,7}{4} - \dfrac{5x - 1,5}{7} = \dfrac{7x - 1,1}{3} - \dfrac{5(0,4 - 2x)}{6}$;

b) $\dfrac{3x - 1}{x - 1} - \dfrac{2x + 5}{x + 3} = 1 - \dfrac{4}{(x - 1)(x + 3)}$;

c) $\dfrac{3}{4(x - 5)} + \dfrac{15}{50 - 2x^2} = -\dfrac{7}{6(x + 5)}$;

d) $\dfrac{8x^2}{3(1 - 4x^2)} = \dfrac{2x}{6x - 3} - \dfrac{1 + 8x}{4 + 8x}$.

65. Cho phương trình (ẩn x) : $4x^2 - 25 + k^2 + 4kx = 0$.

a) Giải phương trình với $k = 0$.

b) Giải phương trình với $k = -3$.

c) Tìm các giá trị của k sao cho phương trình nhận $x = -2$ làm nghiệm.

66. Giải các phương trình sau :

a) $(x + 2)(x^2 - 3x + 5) = (x + 2)x^2$;

b) $\dfrac{-7x^2 + 4}{x^3 + 1} = \dfrac{5}{x^2 - x + 1} - \dfrac{1}{x + 1}$;

c) $2x^2 - x = 3 - 6x$;

d) $\dfrac{x - 2}{x + 2} - \dfrac{3}{x - 2} = \dfrac{2(x - 11)}{x^2 - 4}$.

67. Số nhà của Khanh là một số tự nhiên có hai chữ số. Nếu thêm chữ số 5 vào bên trái số đó thì được một số kí hiệu là A. Nếu thêm chữ số 5 vào bên phải số đó thì được một số kí hiệu là B. Tìm số nhà của Khanh, biết rằng $A - B = 153$.

68. Một đội thợ mỏ lập kế hoạch khai thác than, theo đó mỗi ngày phải khai thác được 50 tấn than. Khi thực hiện, mỗi ngày đội khai thác được 57 tấn than. Do đó, đội đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày và còn vượt mức 13 tấn than. Hỏi theo kế hoạch, đội phải khai thác bao nhiêu tấn than ?

69. Hai xe ôtô cùng khởi hành từ Lạng Sơn về Hà Nội, quãng đường dài 163km. Trong 43km đầu, hai xe có cùng vận tốc. Nhưng sau đó chiếc xe thứ nhất tăng vận tốc lên gấp 1,2 lần vận tốc ban đầu, trong khi chiếc xe thứ hai vẫn duy trì vận tốc cũ. Do đó xe thứ nhất đã đến Hà Nội sớm hơn xe thứ hai 40 phút. Tính vận tốc ban đầu của hai xe.

70. Một đoàn tàu hoả từ Hà Nội đi Thành phố Hồ Chí Minh. 1 giờ 48 phút sau, một đoàn tàu hoả khác khởi hành từ Nam Định cũng đi Thành phố Hồ Chí Minh với vận tốc nhỏ hơn vận tốc của đoàn tàu thứ nhất là 5km/h. Hai đoàn tàu gặp nhau (tại một ga nào đó) sau 4 giờ 48 phút kể từ khi đoàn tàu thứ nhất khởi hành. Tính vận tốc mỗi đoàn tàu, biết rằng ga Nam Định nằm trên đường từ Hà Nội đi Thành phố Hồ Chí Minh và cách ga Hà Nội 87km.

71. Lúc 7 giờ sáng, một chiếc canô xuôi dòng từ bến A đến bến B, cách nhau 36km, rồi ngay lập tức quay trở về và đến bến A lúc 11 giờ 30 phút. Tính vận tốc của canô khi xuôi dòng, biết rằng vận tốc nước chảy là 6km/h.

Bài tập bổ sung

III.1*. Giải các phương trình sau :

a) $\dfrac{13}{(2x+7)(x-3)} + \dfrac{1}{2x+7} = \dfrac{6}{x^2-9}$;

b) $\left(1 - \dfrac{2x-1}{x+1}\right)^3 + 6\left(1 - \dfrac{2x-1}{x+1}\right)^2 = \dfrac{12(2x-1)}{x+1} - 20$;

III.2*. a) Cho ba số a, b và c đôi một phân biệt. Giải phương trình

$$\frac{x}{(a-b)(a-c)} + \frac{x}{(b-a)(b-c)} + \frac{x}{(c-a)(c-b)} = 2.$$

b) Cho số a và ba số b, c, d khác a và thoả mãn điều kiện c + d = 2b. Giải phương trình

$$\frac{x}{(a-b)(a-c)} - \frac{2x}{(a-b)(a-d)} + \frac{3x}{(a-c)(a-d)} = \frac{4a}{(a-c)(a-d)}.$$

III.3. Cần phải thêm vào tử và mẫu của phân số $\dfrac{13}{18}$ với cùng một số tự nhiên nào để được phân số $\dfrac{4}{5}$?

III.4. Cách đây 10 năm, tuổi của người thứ nhất gấp 3 lần tuổi của người thứ hai. Sau đây 2 năm, tuổi của người thứ hai bằng nửa tuổi của người thứ nhất. Hỏi hiện nay, tuổi của mỗi người là bao nhiêu?

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN HOẶC ĐÁP SỐ

§1. Mở đầu về phương trình

1. *HD :*

Với mỗi phương trình, tính giá trị của hai vế khi ẩn nhận lần lượt các giá trị -2 ; $-1{,}5$; -1 ; $0{,}5$; $\dfrac{2}{3}$; 2 ; 3. Những giá trị của ẩn mà hai vế của phương trình có giá trị bằng nhau sẽ là nghiệm của phương trình.

Có thể lập bảng, chẳng hạn đối với phương trình a) như sau :

y	-2	$-1{,}5$	-1	$0{,}5$	$\frac{2}{3}$	2	3
$y^2 - 3$	1	$-0{,}75$	-2	$-2{,}75$	$-\frac{23}{9}$	1	6
$2y$	-4	-3	-2	1	$\frac{4}{3}$	4	6

Trả lời : a) Phương trình có hai nghiệm là $y = -1$ và $y = 3$.

b) Phương trình có nghiệm là $t = 0{,}5$.

c) Phương trình có nghiệm là $x = \frac{2}{3}$.

2. Cả hai kết luận đều sai, vì :

a) Tại $x = -1$, hai vế của phương trình có giá trị khác nhau (-4 và 6).

b) Tại $z = 3$, hai vế của phương trình có giá trị khác nhau (10 và 11).

3. a) Ta có ba phương trình :

$$5x - 3 = x^2 - 3x + 12 \quad (1)$$

$$x^2 - 3x + 12 = (x + 1)(x - 3) \quad (2)$$

$$(x + 1)(x - 3) = 5x - 3. \quad (3)$$

b) Lập bảng :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$5x - 3$	-28	-23	-18	-13	-8	-3	2	7	**12**	17	**22**
$x^2 - 3x + 12$	52	40	30	22	16	12	10	10	**12**	16	**22**
$(x + 1)(x - 3)$	32	21	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

Từ bảng này, ta suy ra trong tập hợp M :

– Phương trình (1) có hai nghiệm là $x = 3$ và $x = 5$.

– Phương trình (2) không có nghiệm.

– Phương trình (3) có một nghiệm là $x = 0$.

4. Phương trình là $2x + 150 = 500$.

5. Thay x trong phương trình bởi 3, ta được cả hai vế đều bằng 6m – 5, điều đó chứng minh rằng x = 3 luôn là nghiệm của phương trình dù m lấy bất cứ giá trị nào.

6. a) Thử trực tiếp, ta thấy x = 2 là nghiệm của cả hai phương trình.

b) Dễ thấy x = 3 là nghiệm của (1). Khi x = 3, vế trái của (2) bằng 10, không bằng vế phải nên x = 3 không là nghiệm của phương trình (2).

c) Hai phương trình không tương đương, vì x = 3 là nghiệm của (1) nhưng không là nghiệm của (2).

7. Khi x = 0 thì hai vế có giá trị khác nhau ;

Khi x < 0 thì $\sqrt{x}$ không xác định ;

Khi x > 0 thì $\sqrt{-x}$ không xác định.

Vậy trong mọi trường hợp, không có giá trị nào của ẩn nghiệm đúng phương trình.

8. Nếu $x \le 0$ thì $|x| = -x$; do đó $x + |x| = x - x = 0$.

Vậy mọi số $x \le 0$ đều nghiệm đúng phương trình.

9. a) Khi m = – 4, phương trình trở thành 0x = 0 nên mọi giá trị của ẩn đều là nghiệm của phương trình.

b) Khi m = –1, phương trình trở thành $0x = 3$.

Rõ ràng không có giá trị nào của ẩn thoả mãn phương trình.

c) Khi m = –2 thì phương trình trở thành $-2x^2 = 2$;

Khi m = –3 thì phương trình trở thành $-2x^2 = 1$.

Trong cả hai trường hợp, vế trái luôn nhận giá trị không dương, vế phải luôn dương với mọi x. Do đó phương trình vô nghiệm.

d) Khi m = 0, phương trình trở thành $4x^2 = 4$, nhận $x = \pm 1$ làm nghiệm.

§2. Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải

10. a) x = 3 ; b) x = –7,3 ; c) x = 2,1 ; d) x = – 0,3.

11. a) Chia hai vế cho 2, ta được $x = \dfrac{\sqrt{13}}{2}$. Suy ra $x \approx 1,803$.

b) $x \approx -0,647$.

c) $x \approx 4,899$.

12. Vì phương trình nhận $x = -2$ làm nghiệm nên ta có đẳng thức (bằng cách thay x trong phương trình bởi -2) :

$$2.(-2) + m = (-2) - 1, \text{ suy ra } -4 + m = -3.$$

Chuyển vế, ta tìm được $m = 1$.

Ngược lại, khi $m = 1$, phương trình trở thành

$$2x + 1 = x - 1.$$

Thử lại ta thấy $x = -2$ nghiệm đúng phương trình.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = 1$.

13. Dễ thấy $x = 5$ là nghiệm của phương trình $2x = 10$.

Do đó $x = -1$ là nghiệm của phương trình $3 - kx = 2$.

(Tiếp theo giải tương tự bài 12) ta được kết quả $k = -1$.

14. a) $7x + 21 = 0 \Leftrightarrow 7x = -21 \Leftrightarrow x = -3$.

b) $5x - 2 = 0 \Leftrightarrow 5x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$.

c) $12 - 6x = 0 \Leftrightarrow 12 = 6x \Leftrightarrow x = 2$.

d) $-2x + 14 = 0 \Leftrightarrow 14 = 2x \Leftrightarrow x = 7$.

15. a) $x = -6$.

b) $x = 1,2$.

c) $x = 1$.

d) $-\frac{5}{9}x + 1 = \frac{2}{3}x - 10 \Leftrightarrow -\frac{5}{9}x - \frac{2}{3}x = -11 \Leftrightarrow -\frac{11}{9}x = -11 \Leftrightarrow x = 9$.

16. a) $3x + 1 = 7x - 11 \Leftrightarrow 3x - 7x = -11 - 1 \Leftrightarrow -4x = -12 \Leftrightarrow x = 3$.

b) $x = -\frac{2}{9}$.

c) $x = 4$.

d) $x = 2$.

17. a) $2(x + 1) = 3 + 2x \Leftrightarrow 2x + 2 = 3 + 2x \Leftrightarrow 2x - 2x = 3 - 2 \Leftrightarrow 0x = 1$.

Phương trình sau cùng vô nghiệm chứng tỏ phương trình đã cho vô nghiệm.

b) Giải tương tự câu a).

c) Với mọi giá trị của x, hai vế của phương trình luôn luôn có giá trị không bằng nhau (vế trái không âm, vế phải âm). Vậy phương trình vô nghiệm.

18. a) Với m = 2, phương trình trở thành $0x + 2 = 2$.

Dễ thấy tập nghiệm là **R**.

b) Với m = –2, phương trình trở thành $0x + 2 = -2$, hay $0x = -4$.

Phương trình này vô nghiệm.

c) Với m = –2,2, ta có hai cách giải :

Cách 1 : Thế m = –2,2 vào phương trình ta có :

$$0{,}84x + 2 = -2{,}2 \Leftrightarrow 0{,}84x = -4{,}2 \Leftrightarrow x = -5.$$

Cách 2 : Trước hết ta biến đổi phương trình (nhớ rằng lúc này, $m \neq 2$) :

$$(m^2 - 4)x + 2 = m \Leftrightarrow (m^2 - 4)x = m - 2 \Leftrightarrow x = \frac{m-2}{m^2-4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{m+2}.$$

Thay thế m = –2,2 vào đẳng thức cuối, ta được x = –5.

§3. Phương trình đưa được về dạng ax + b = 0

19. a) $S = \{-3{,}8\}$; b) $S = \varnothing$;

c) $S = \{8\}$; d) $S = \{1{,}2\}$.

20. a) $S = \left\{-\frac{94}{7}\right\}$; b) $S = \left\{\frac{31}{12}\right\}$;

c) $2\left(x + \frac{3}{5}\right) = 5 - \left(\frac{13}{5} + x\right) \Leftrightarrow 2x + \frac{6}{5} = \frac{12}{5} - x \Leftrightarrow 3x = \frac{6}{5} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}.$

d) $\frac{7x}{8} - 5(x - 9) = \frac{20x + 1{,}5}{6} \Leftrightarrow \frac{21x - 120(x-9)}{24} = \frac{80x + 6}{24}$

$\Leftrightarrow -99x + 1080 = 80x + 6 \Leftrightarrow 179x = 1074 \Leftrightarrow x = 6.$

21. a) *HD* : Giá trị của phân thức A được xác định với điều kiện

$$2(x - 1) - 3(2x + 1) \neq 0.$$

Do đó bài toán dẫn đến việc giải phương trình

$$2(x - 1) - 3(2x + 1) = 0.$$

ĐS : $x \neq -\frac{5}{4}$.

b) *HD* : Điều kiện là $1,2(x + 0,7) - 4(0,6x + 0,9) \neq 0$.

Từ đó, ta phải giải phương trình

$$1,2(x + 0,7) - 4(0,6x + 0,9) = 0.$$

ĐS : $x \neq -2,3$.

22. a) Nên quy đồng mẫu số riêng mỗi vế, rút gọn rồi khử mẫu bằng cách nhân chéo.

ĐS : $S = \{3\}$.

b) *HD* : $\dfrac{3(x-3)}{4} + \dfrac{4x - 10,5}{10} = \dfrac{3(x+1)}{5} + 6$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{15(x-3) + 2(4x - 10,5)}{20} = \frac{12(x+1) + 120}{20}.$$

ĐS : $S = \{18\}$.

c) *HD* : $\dfrac{2(3x+1)+1}{4} - 5 = \dfrac{2(3x-1)}{5} - \dfrac{3x+2}{10}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{5(6x+3) - 100}{20} = \frac{8(3x-1) - 2(3x+2)}{20}.$$

ĐS : $S = \left\{\dfrac{73}{12}\right\}$.

d) $\dfrac{x+1}{3} + \dfrac{3(2x+1)}{4} = \dfrac{2x + 3(x+1)}{6} + \dfrac{7 + 12x}{12}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{4(x+1) + 9(2x+1)}{12} = \frac{2(5x+3) + 7 + 12x}{12} \Leftrightarrow 22x + 13 = 22x + 13.$$

Vậy phương trình nghiệm đúng với mọi x.

23. *HD* : Xem cách giải bài 12.

ĐS : a) $k = -3$; b) $k = \dfrac{2}{3}$.

24. *HD* : Ta quy về việc giải phương trình A = B.

a) $(x-3)(x+4) - 2(3x-2) = (x-4)^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 4x - 12 - 6x + 4 = x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow 3x = 24 \Leftrightarrow x = 8.$

b) $x = -\frac{5}{6}$.

c) $(x-1)(x^2+x+1) - 2x = x(x-1)(x+1) \Leftrightarrow x^3 - 1 - 2x = x(x^2-1)$

$\Leftrightarrow x = -1$.

d) $(x+1)^3 - (x-2)^3 = (3x-1)(3x+1)$

$\Leftrightarrow (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) - (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) = 9x^2 - 1$

$\Leftrightarrow -9x = -10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{9}$.

25. a) $\frac{2x}{3} + \frac{2x-1}{6} = 4 - \frac{x}{3} \Leftrightarrow \frac{2x}{3} + \frac{x}{3} - \frac{1}{6} = 4 - \frac{x}{3} \Leftrightarrow \frac{2x}{3} + \frac{x}{3} + \frac{x}{3} = 4 + \frac{1}{6}$

$\Leftrightarrow \frac{4x}{3} = \frac{25}{6} \Leftrightarrow x = \frac{25}{8}$.

b) $\frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{4} = 1 - \frac{2(x-1)}{3} \Leftrightarrow (x-1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) = 1$

$\Leftrightarrow (x-1)\frac{17}{12} = 1 \Leftrightarrow x - 1 = \frac{12}{17} \Leftrightarrow x = \frac{29}{17}$.

c) $\frac{2-x}{2001} - 1 = \frac{1-x}{2002} - \frac{x}{2003} \Leftrightarrow \frac{2-x}{2001} + 1 = \left(\frac{1-x}{2002} + 1\right) + \left(\frac{-x}{2003} + 1\right)$

$\Leftrightarrow \frac{2003-x}{2001} = \frac{2003-x}{2002} + \frac{2003-x}{2003}$

$\Leftrightarrow (2003-x)\left(\frac{1}{2001} - \frac{1}{2002} - \frac{1}{2003}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x = 2003$ (Vì biểu thức trong dấu ngoặc của vế trái khác 0).

Bài tập bổ sung

3.1. a) Nhân hai vế của phương trình (1) với 24, ta được :

$\frac{7x}{8} - 5(x-9) = \frac{1}{6}(20x + 1{,}5) \Leftrightarrow 21x - 120(x-9) = 4(20x + 1{,}5)$

$\Leftrightarrow 21x - 120x - 80x = 6 - 1080 \Leftrightarrow -179x = -1074 \Leftrightarrow x = 6$.

Vậy phương trình (1) có một nghiệm duy nhất $x = 6$.

b) Ta có :

$$2(a-1)x - a(x-1) = 2a + 3 \Leftrightarrow (a-2)x = a + 3. \qquad (3)$$

Do đó, khi $a = 2$, phương trình (2) tương đương với phương trình $0x = 5$. Phương trình này vô nghiệm nên phương trình (2) vô nghiệm.

c) Theo điều kiện của bài toán, nghiệm của phương trình (2) bằng một phần ba nghiệm của (1) nên nghiệm đó bằng 2. Do (3) nên phương trình (2) có nghiệm $x = 2$ cũng có nghĩa là phương trình $(a-2)x = a + 3$ có nghiệm $x = 2$. Thay giá trị $x = 2$ vào phương trình này, ta được $(a-2)2 = a + 3$. Ta coi đây là phương trình mới đối với ẩn a. Giải phương trình mới này :

$$(a-2)2 = a + 3 \Leftrightarrow a = 7.$$

Khi $a = 7$, dễ thử thấy rằng phương trình $(a-2)x = a + 3$ có nghiệm $x = 2$, nên phương trình (2) cũng có nghiệm $x = 2$.

3.2. a) Đặt $u = \frac{16x+3}{7}$, ta có phương trình $6u - 8 = 3u + 7$. Giải phương trình này :

$$6u - 8 = 3u + 7 \Leftrightarrow 6u - 3u = 7 + 8 \Leftrightarrow 3u = 15 \Leftrightarrow u = 5.$$

Vậy

$$\frac{6(16x+3)}{7} - 8 = \frac{3(16x+3)}{7} + 7 \Leftrightarrow \frac{16x+3}{7} = 5 \Leftrightarrow 16x + 3 = 35$$

$$\Leftrightarrow 16x = 32 \Leftrightarrow x = 2.$$

b) Nếu đặt $u = x\sqrt{2} - 1$ thì $x\sqrt{2} = u + 1$ nên phương trình đã cho có dạng

$$\left(\sqrt{2} + 2\right)u = 2(u+1) - \sqrt{2}. \qquad (1)$$

Ta giải phương trình (1) :

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{2}u + 2u = 2u + 2 - \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}u = 2 - \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}u = \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) \Leftrightarrow u = \sqrt{2} - 1.$$

Vậy

$$\left(\sqrt{2} + 2\right)\left(x\sqrt{2} - 1\right) = 2x\sqrt{2} - \sqrt{2} \Leftrightarrow x\sqrt{2} - 1 = \sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow x\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 1.$$

c) Nếu đặt $u = \frac{x-1}{2009} + \frac{x}{2010} + \frac{x+1}{2011}$ thì $\frac{2x-2}{2009} + \frac{2x}{2010} + \frac{2x+2}{2011} = 2u$ nên phương trình đã cho có dạng $0,05.2u = 3,3 - u$, hay $0,1.u = 3,3 - u$. Dễ thấy phương trình này có một nghiệm duy nhất $u = 3$. Do đó

$$0{,}05\left(\frac{2x-2}{2009}+\frac{2x}{2010}+\frac{2x+2}{2011}\right)=3{,}3-\left(\frac{x-1}{2009}+\frac{x}{2010}+\frac{x+1}{2011}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2009}+\frac{x}{2010}+\frac{x+1}{2011}=3$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x-1}{2009}-1\right)+\left(\frac{x}{2010}-1\right)+\left(\frac{x+1}{2011}-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2010}{2009}+\frac{x-2010}{2010}+\frac{x-2010}{2011}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2010)\left(\frac{1}{2009}+\frac{1}{2010}+\frac{1}{2011}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x=2010.$$

§4. Phương trình tích

26. a) $S=\{2{,}5\ ;\ -4{,}8\}$;

b) $S=\{0{,}5\ ;\ -23\}$;

c) $(3x-2)\left(\frac{2(x+3)}{7}-\frac{4x-3}{5}\right)=0$

$\Leftrightarrow 3x-2=0$ hoặc $\frac{2(x+3)}{7}-\frac{4x-3}{5}=0.$

• $3x-2=0 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$;

• $\frac{2(x+3)}{7}-\frac{4x-3}{5}=0 \Leftrightarrow \frac{2(x+3)}{7}=\frac{4x-3}{5} \Leftrightarrow 10(x+3)=7(4x-3)$

$$\Leftrightarrow x=\frac{17}{6}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{2}{3}\ ;\ \frac{17}{6}\right\}$.

d) $S=\left\{0{,}3\ ;\ \frac{16}{9}\right\}$.

27. a) $(\sqrt{3} - x\sqrt{5})(2x\sqrt{2} + 1) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} - x\sqrt{5} = 0$ hoặc $2x\sqrt{2} + 1 = 0$

• $\sqrt{3} - x\sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = x_1$. Suy ra $x_1 \approx 0,775$.

• $2x\sqrt{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} = x_2$. Suy ra $x_2 \approx -0,354$.

Vậy phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 trong đó $x_1 \approx 0,775$; $x_2 \approx -0,354$.

b) Hai nghiệm : $x_1 \approx 1,323$ và $x_2 \approx -0,949$.

c) Hai nghiệm : $x_1 \approx 0,298$ và $x_2 \approx -0,566$.

d) Hai nghiệm : $x_1 \approx -0,721$ và $x_2 \approx 0,652$.

28. a) *HD* : Nhân tử chung là $x - 1$.

ĐS : $S = \{1 ; -5,5\}$.

b) *HD* : Nhân tử chung là $5x + 3$.

ĐS : $S = \left\{-\dfrac{3}{5} ; \dfrac{7}{3}\right\}$.

c) *HD* : Nhân tử chung là $3x - 2$.

ĐS : $S = \left\{\dfrac{2}{3} ; \dfrac{13}{4}\right\}$.

d) *HD* : Nhân tử chung là $2x^2 + 1$.

ĐS : $S = \{-3\}$.

e) *HD* : Nhân tử chung là $2x - 1$.

ĐS : $S = \left\{-1 ; \dfrac{1}{2}\right\}$.

f) *HD* : $(x + 2)(3 - 4x) = x^2 + 4x + 4 \Leftrightarrow (x + 2)(3 - 4x) - (x + 2)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 2)(1 - 5x) = 0$.

ĐS : $S = \left\{-2 ; \dfrac{1}{5}\right\}$.

29. a) *HD :* $(x-1)(x^2+5x-2)-(x^3-1)=0$

$\Leftrightarrow \quad (x-1)(x^2+5x-2)-(x-1)(x^2+x+1)=0.$

ĐS : $S=\left\{1\ ;\ \frac{3}{4}\right\}.$

b) *HD :* $x^2+(x+2)(11x-7)=4 \Leftrightarrow (x^2-4)+(x+2)(11x-7)=0$

$\Leftrightarrow \quad (x+2)(x-2)+(x+2)(11x-7)=0.$

ĐS : $S=\left\{-2\ ;\ \frac{3}{4}\right\}.$

c) *HD :* $x^3+1=x(x+1) \Leftrightarrow (x+1)(x^2-x+1)-x(x+1)=0.$

ĐS : $S=\{-1\ ;\ 1\}.$

d) *HD :* $x^3+x^2+x+1=0 \Leftrightarrow x^2(x+1)+(x+1)=0.$

ĐS : $S=\{-1\}.$

30. a) *HD :* $x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow (x^2-x)-(2x-2)=0.$

ĐS : $S=\{1\ ;\ 2\}.$

b) *HD :* $-x^2+5x-6=0 \Leftrightarrow (-x^2+2x)+(3x-6)=0.$

ĐS : $S=\{2\ ;\ 3\}.$

c) *HD :* $4x^2-12x+5=0 \Leftrightarrow (4x^2-2x)-(10x-5)=0.$

ĐS : $S=\left\{\frac{1}{2}\ ;\ \frac{5}{2}\right\}.$

d) *HD :* $2x^2+5x+3=0 \Leftrightarrow (2x^2+2x)+(3x+3)=0.$

ĐS : $S=\left\{-1\ ;\ -\frac{3}{2}\right\}.$

31. a) *HD :* Phân tích $x^2-2=(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}).$

Đặt $x-\sqrt{2}$ làm nhân tử chung.

ĐS : $x=\sqrt{2}$ và $x=-\frac{1}{3}-\sqrt{2}.$

b) *HD* : Phân tích $x^2 - 5 = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$.

Chuyển vế rồi đặt $x + \sqrt{5}$ làm nhân tử chung.

ĐS : $x = -\sqrt{5}$ và $x = 0$.

32. a) Ta có :

$$(3x + 2k - 5)(x - 3k + 1) = 0 \Leftrightarrow (3x + 2k - 5) = 0 \text{ hoặc } (x - 3k + 1) = 0.$$

Do đó nếu $x = 1$ là nghiệm của phương trình đã cho thì xảy ra hai khả năng :

– Phương trình $3x + 2k - 5 = 0$ nhận $x = 1$ làm nghiệm.

Lúc này điều kiện của k là :

$$3 + 2k - 5 = 0 \Leftrightarrow 2k = 2 \Leftrightarrow k = 1.$$

– Phương trình $x - 3k + 1 = 0$ nhận $x = 1$ làm nghiệm.

Lúc này, điều kiện của k là :

$$1 - 3k + 1 = 0 \Leftrightarrow 3k = 2 \Leftrightarrow k = \frac{2}{3}.$$

b) – Với $k = 1$, ta có phương trình $(3x - 3)(x - 2) = 0$.

Phương trình này có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = 2$.

– Với $k = \frac{2}{3}$, ta có phương trình $\left(3x - \frac{11}{3}\right)(x - 1) = 0$.

Phương trình này có hai nghiệm là $x = \frac{11}{9}$ và $x = 1$.

33. a) *HD* : Số a phải thoả mãn điều kiện $(-2)^3 + a(-2)^2 - 4(-2) - 4 = 0$.

ĐS : $a = 1$.

b) *HD* : Với $a = 1$, ta có phương trình $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$.

Ta phân tích vế trái của phương trình thành tích như sau :

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x^3 + x^2) - (4x + 4) = x^2(x + 1) - 4(x + 1)$$
$$= (x + 1)(x^2 - 4) = (x + 1)(x - 2)(x + 2).$$

ĐS : $S = \{-1 ; -2 ; 2\}$.

34. a) Để cho $x = -3$ là nghiệm của phương trình $f(x, y) = 0$, điều kiện là

$$(-6 - 3y + 7)(-9 + 2y - 1) = 0.$$

Coi đây là phương trình đối với ẩn y, ta hãy giải phương trình này :

$$(-6-3y+7)(-9+2y-1)=0 \Leftrightarrow (-3y+1)(2y-10)=0$$

$$\Leftrightarrow -3y+1=0 \text{ hoặc } 2y-10=0.$$

- $-3y+1=0 \Leftrightarrow y=\frac{1}{3}$;
- $2y-10=0 \Leftrightarrow y=5$.

Vậy có hai giá trị của y thoả mãn điều kiện của bài toán là $y=\frac{1}{3}$ và $y=5$.

b) *HD :* Ta quy về việc giải phương trình sau với ẩn x :

$$(2x-6+7)(3x+4-1)=0 \Leftrightarrow (2x+1)(3x+3)=0.$$

ĐS : $x \in \left\{-\frac{1}{2}; -1\right\}$.

§5. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

35. a) Sai ; b) Đúng.

36. Mặc dù ra đáp số đúng, lời giải của bạn Hà vẫn không đầy đủ vì đã bỏ qua ĐKXĐ của phương trình.

Để được lời giải hoàn chỉnh, bạn Hà phải thực hiện thêm hai bước nữa là :

– Trước khi biến đổi phương trình, phải nêu ĐKXĐ là $x \neq -\frac{3}{2}$ và $x \neq -\frac{1}{2}$.

– Sau khi tìm được $x=-\frac{4}{7}$, phải khẳng định rằng giá trị đó của x thoả mãn ĐKXĐ của phương trình rồi mới nêu kết luận.

37. a) *HD :* Vì $x^2+1 \neq 0$ với mọi x nên phương trình đã cho tương đương với phương trình $4x-8+(4-2x)=0$.

Trả lời : Đúng.

b) *HD :* Với mọi x, ta có $x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$.

Do đó phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$(x+2)(2x-1)-x-2=0.$$

Trả lời : Đúng.

c) *Trả lời :* Sai, phương trình vô nghiệm.

d) *Trả lời :* Sai, phương trình có một nghiệm $x = 3$.

38. a) $S = \varnothing$.

b) ĐKXĐ : $x \neq \frac{3}{2}$.

Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu :

$$\frac{(x+2)^2}{2x-3} - 1 = \frac{x^2+10}{2x-3} \Leftrightarrow \frac{(x^2+4x+4)-(2x-3)}{2x-3} = \frac{x^2+10}{2x-3}$$

suy ra : $x^2 + 2x + 7 = x^2 + 10$.

Giải phương trình :

$$x^2 + 2x + 7 = x^2 + 10 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Giá trị này của x bị loại do không thoả mãn ĐKXĐ.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

c) $S = \left\{\frac{11}{12}\right\}$.

d) *HD :* ĐKXĐ : $x \neq \frac{1}{3}$.

Mẫu chung $3(3x-1)$.

ĐS : $S = \left\{\frac{5}{11}\right\}$.

39. a) *HD :* Ta phải giải phương trình

$$\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 4} = 2.$$

Trả lời : Không tồn tại giá trị nào của x thoả mãn điều kiện của bài toán.

b) *HD :* Ta phải giải phương trình

$$\frac{6x-1}{3x+2} = \frac{2x+5}{x-3}.$$

ĐS : $x = -\frac{7}{38}$.

c) *HD :* Ta phải giải phương trình

$$\frac{y+5}{y-1}-\frac{y+1}{y-3}=\frac{-8}{(y-1)(y-3)}.$$

Trả lời : Không tồn tại giá trị nào của y thoả mãn điều kiện của bài toán.

40. a) *HD :* ĐKXĐ : $x \neq \pm 2$.

$$\frac{1-6x}{x-2}+\frac{9x+4}{x+2}=\frac{x(3x-2)+1}{x^2-4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1-6x)(x+2)+(9x+4)(x-2)}{x^2-4}=\frac{x(3x-2)+1}{x^2-4}.$$

Khử mẫu : $(-6x^2-12x+x+2)+(9x^2-18x+4x-8)=3x^2-2x+1$

$$\Leftrightarrow -23x=7 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{23}.$$

b) ĐKXĐ : $x \neq 3$ và $x \neq -2$.

$$1+\frac{x}{3-x}=\frac{5x}{(x+2)(3-x)}+\frac{2}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+2)(3-x)+x(x+2)}{(x+2)(3-x)}=\frac{5x+2(3-x)}{(x+2)(3-x)}.$$

Khử mẫu và thu gọn :

$$-x^2+3x-2x+6+x^2+2x=5x+6-2x \Leftrightarrow 0x=0.$$

Phương trình cuối cùng thoả mãn với mọi x.

Do đó phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi giá trị của x thoả mãn ĐKXĐ, tức là $x \neq 3$ và $x \neq -2$.

c) ĐKXĐ : $x \neq 1$.

$$\frac{2}{x-1}+\frac{2x+3}{x^2+x+1}=\frac{(2x-1)(2x+1)}{x^3-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x^2+x+1)+(2x+3)(x-1)}{x^3-1}=\frac{4x^2-1}{x^3-1}.$$

Khử mẫu và thu gọn :

$$(2x^2+2x+2)+(2x^2+3x-2x-3)=4x^2-1 \Leftrightarrow 3x=0 \Leftrightarrow x=0.$$

$x=0$ thoả mãn ĐKXĐ. Vậy nghiệm của phương trình là $x=0$.

d) *HD* : ĐKXĐ : $x \neq -\frac{3}{4}$ và $x \neq 5$.

$$\frac{x^3 - (x-1)^3}{(4x+3)(x-5)} = \frac{7x-1}{4x+3} - \frac{x}{x-5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^3 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1)}{(4x+3)(x-5)} = \frac{(7x-1)(x-5) - x(4x+3)}{(4x+3)(x-5)}.$$

Khử mẫu và thu gọn :

$$3x^2 - 3x + 1 = 3x^2 - 39x + 5 \Leftrightarrow 36x = 4.$$

ĐS : $S = \left\{\frac{1}{9}\right\}$.

41. a) *HD* : ĐKXĐ : $x \neq \pm 1$.

Quy đồng và khử mẫu, ta được phương trình

$$3x^2 - 13x + 4 = 0.$$

Giải phương trình này như sau :

$$3x^2 - 13x + 4 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - x - 12x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(3x-1) - 4(3x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x-1)(x-4) = 0.$$

ĐS : $S = \left\{4 ; \frac{1}{3}\right\}$.

b) *HD* : ĐKXĐ : $x \neq 2$ và $x \neq 4$.

Quy đồng và khử mẫu, ta được phương trình

$$3x^2 - 17x + 24 = 0.$$

Cách giải phương trình này như sau :

$$3x^2 - 17x + 24 = 0 \Leftrightarrow (3x^2 - 9x) - (8x - 24) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x(x-3) - 8(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(3x-8) = 0.$$

ĐS : $S = \left\{3 ; \frac{8}{3}\right\}$.

c) *HD* : ĐKXĐ : $x \neq 1$.

Mẫu chung là $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$.

Ở kết quả chú ý loại giá trị $x = 1$.

ĐS : $S = \{0\}$.

d) *HD* : ĐKXĐ : $x \neq \pm 3$ và $x \neq -\frac{7}{2}$.

Mẫu chung là $(x^2 - 9)(2x + 7)$.

Quy đồng và khử mẫu ta có phương trình :

$$x^2 + x - 12 = 0.$$

Giải phương trình này như sau :

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 3x + 4x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x(x - 3) + 4(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (x - 3)(x + 4) = 0.$$

Chú ý ở kết quả loại giá trị không thoả mãn ĐKXĐ.

ĐS : $S = \{-4\}$.

42. *HD* : Có hai cách giải :

Cách 1.

a) Khi $a = -3$, ta có phương trình :

$$\frac{x - 3}{-3 - x} + \frac{x + 3}{-3 + x} = \frac{24}{9 - x^2}.$$

ĐKXĐ : $x \neq \pm 3$.

Mẫu chung là : $x^2 - 9$.

Giải phương trình này ta được $x = -2$.

b) Khi $a = 1$, ta có phương trình

$$\frac{x + 1}{1 - x} + \frac{x - 1}{1 + x} = \frac{4}{1 - x^2}.$$

ĐKXĐ : $x \neq \pm 1$.

Giải phương trình này, ta thấy nó vô nghiệm.

c) Khi a = 0 ta có phương trình

$$\frac{x}{-x}+\frac{x}{x}=\frac{0}{x^2}.$$

Phương trình này nghiệm đúng với mọi x, trừ khi x = 0.

d) Nếu $x=\frac{1}{2}$ là nghiệm của phương trình thì

$$\frac{\frac{1}{2}+a}{a-\frac{1}{2}}+\frac{\frac{1}{2}-a}{a+\frac{1}{2}}=\frac{a(3a+1)}{a^2-\frac{1}{4}}.$$

Ta coi đây là một phương trình đối với ẩn a và giải thì được hai giá trị :

$$a=0 \text{ và } a=\frac{1}{3}.$$

Cuối cùng, cần kiểm tra lại các giá trị tìm được của a có thoả mãn điều kiện của bài toán không.

ĐS : $a=0$ hoặc $a=\frac{1}{3}$.

Cách 2.

Trước hết coi a là một số đã biết, ta giải phương trình ẩn x :

ĐKXĐ : $x \neq \pm a$.

Quy đồng và khử mẫu rồi rút gọn thì được :

$$4ax = a(3a+1). \qquad (*)$$

a) Thế a = −3 vào (*) ta được

$$-12x = 24 \Leftrightarrow x=-2 \text{ (thoả mãn ĐKXĐ là } x \neq \pm 3).$$

b) Thế a = 1 vào (*) ta được

$$4x = 4 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (không thoả mãn ĐKXĐ là } x \neq \pm 1).$$

c) Thế a = 0 vào (*) ta được $0.x = 0$.

Phương trình này nghiệm đúng với mọi x.

Tuy nhiên, ĐKXĐ lúc này là $x \neq 0$ nên tập nghiệm của phương trình là :

$$S=\{x \mid x \neq 0\}.$$

d) Thế $x=\frac{1}{2}$ vào (*) ta được

$$2a=a(3a+1) \Leftrightarrow a(3a-1)=0 \Leftrightarrow a=0 \text{ hoặc } a=\frac{1}{3}.$$

Bài tập bổ sung

5.1. a) Ta có $x + \dfrac{1}{1 + \dfrac{x+1}{x-2}} = x + \dfrac{x-2}{2x-1} = \dfrac{2(x^2-1)}{2x-1}$.

ĐKXĐ của phương trình là $x \neq 2$, $x \neq \dfrac{1}{2}$, $x \neq \pm 1$, $x \neq \dfrac{1}{3}$. Ta biến đổi phương trình đã cho thành $\dfrac{2x-1}{x^2-1} = \dfrac{6}{3x-1}$. Khử mẫu và rút gọn :

$$(2x-1)(3x-1) = 6(x^2-1) \Leftrightarrow -5x + 1 = -6 \Leftrightarrow x = \frac{7}{5}.$$

Giá trị $x = \dfrac{7}{5}$ thoả mãn ĐKXĐ. Vậy nghiệm của phương trình là $x = \dfrac{7}{5}$.

b) *Cách 1.* ĐKXĐ : $x \neq \pm 1$. Biến đổi vế trái thành $\dfrac{4x}{x^2-1} \cdot \dfrac{x-1}{2x} = \dfrac{2}{x+1}$, ta đưa phương trình đã cho về dạng $\dfrac{2}{x+1} = \dfrac{x-1}{2(x+1)}$. Giải phương trình này bằng cách khử mẫu :

$4(x+1) = (x-1)(x+1) \Leftrightarrow (x+1)(x-5) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 5$.

Trong hai giá trị tìm được, chỉ có $x = 5$ là thoả mãn ĐKXĐ. Vậy phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất $x = 5$.

Cách 2. Đặt $\dfrac{x+1}{x-1} = y$, ta có phương trình $\dfrac{y - \dfrac{1}{y}}{1+y} = \dfrac{1}{2y}$. ĐKXĐ của phương trình này là $y \neq 0$ và $y \neq -1$. Giải phương trình này bằng cách khử mẫu :

$$2y^2 - 2 = 1 + y \Leftrightarrow 2(y^2-1) - (y+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (y+1)(2y-3) = 0 \Leftrightarrow y = -1 \text{ hoặc } y = \frac{3}{2}.$$

Trong hai giá trị tìm được, chỉ có $y = \dfrac{3}{2}$ là thoả mãn ĐKXĐ.

Vậy phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\frac{x+1}{x-1}=\frac{3}{2}.$$

Giải phương trình này ta được x = 5.

c) ĐKXĐ : $x \notin \{0\,;-1\,;-2\,;-3\}$. Ta biến đổi phương trình như sau :

$$\frac{5}{x}+\frac{2}{x+3}=\frac{4}{x+1}+\frac{3}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{x}+1\right)+\left(\frac{2}{x+3}+1\right)=\left(\frac{4}{x+1}+1\right)+\left(\frac{3}{x+2}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{5+x}{x}+\frac{5+x}{x+3}=\frac{5+x}{x+1}+\frac{5+x}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow (5+x)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 5+x=0 \;\; (1) \;\; \text{hoặc} \;\; \frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=0 \;\; (2).$$

Ta có :

(1) $\Leftrightarrow x=-5$;

(2) $\Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2} \Leftrightarrow \frac{2x+3}{x(x+3)}=\frac{2x+3}{(x+1)(x+2)}$

$$\Leftrightarrow (2x+3)\left(\frac{1}{x^2+3x}-\frac{1}{x^2+3x+2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 2x+3=0 \;\; \text{hoặc} \;\; \frac{1}{x^2+3x}-\frac{1}{x^2+3x+2}=0.$$

- $2x+3=0 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$;
- $\frac{1}{x^2+3x}-\frac{1}{x^2+3x+2}=0$. Dễ thấy phương trình này vô nghiệm.

Tóm lại, phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=\left\{-5\,;-\frac{3}{2}\right\}$.

§6 và §7. Giải bài toán bằng cách lập phương trình

43. Hai số là 47 và 33.

44. Hai số là 60 và 30.

45. *HD :* Gọi một số là x thì số kia là 2x.

Hiệu của hai số bằng 22 nên ta có phương trình :

$$x - 2x = 22 \text{ hoặc } 2x - x = 22.$$

ĐS : a) Hai số là 22 và 44 ;

b) Hai số là 22 và 44, hoặc −22 và − 44.

46. *HD :* Gọi số nhỏ là x thì số kia là x + 18.

Tỉ số của hai số bằng $\frac{5}{8}$ nên ta có phương trình

$$\frac{x}{x+18} = \frac{5}{8} \text{ hoặc } \frac{x+18}{x} = \frac{5}{8}.$$

ĐS : a) Hai số là 30 và 48 ;

b) Hai số là 30 và 48 ; hoặc −30 và −48.

47. *HD :* Gọi số thứ nhất là x thì số thứ hai là $\frac{5}{3}x$.

Thương của phép chia số thứ nhất cho 9 là $\frac{x}{9}$.

Thương của phép chia số thứ hai cho 6 là $\frac{5x}{3 \cdot 6} = \frac{5x}{18}$.

Vì các số đều là nguyên dương và các phép chia đều là chia hết nên điều kiện của x là : x nguyên dương và chia hết cho 18.

Theo bài ra ta có phương trình

$$\frac{5x}{18} - \frac{x}{9} = 3.$$

ĐS : Số thứ nhất là 18, số thứ hai là 30.

Chú ý : Ta cũng có thể chọn ẩn như sau : Do tỉ số của hai số bằng $\frac{3}{5}$ nên nếu gọi số thứ nhất là 3x thì số thứ hai là 5x. Từ đó dẫn đến phương trình $\frac{5x}{6} - \frac{3x}{9} = 3$ (x nguyên dương và chia hết cho 6).

48. *HD* : Gọi số gói kẹo lấy ra từ thùng thứ nhất là x (x nguyên dương, x < 60). Khi đó số gói kẹo lấy ra từ thùng thứ hai là 3x. Ta có phương trình :

$$60 - x = 2(80 - 3x).$$

ĐS : Số kẹo được lấy ra từ thùng thứ nhất là 20 gói.

49. *HD* : Gọi quãng đường Hà Nội – Thanh Hoá là s (km). Khi đó

– Thời gian lúc đi là $\frac{s}{40}$ (giờ),

– Thời gian lúc về là $\frac{s}{30}$ (giờ).

Tổng thời gian cả đi lẫn về, không kể thời gian nghỉ lại tại Thanh Hoá là :

$$10 \text{ giờ } 45 \text{ phút} - 2 \text{ giờ} = 8 \text{ giờ } 45 \text{ phút} = 8\frac{3}{4} \text{ giờ}.$$

Theo bài ra ta có phương trình : $\frac{s}{40} + \frac{s}{30} = 8\frac{3}{4}$.

ĐS : 150km.

50. *HD* : Gọi x là số người học trong trường Đại học của Py-ta-go (x nguyên dương).

Theo giả thiết ta có phương trình :

$$x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3.$$

ĐS : 28 người.

51. *HD* : Gọi x là số học sinh của tốp trồng cây (x nguyên, lớn hơn 8 và nhỏ hơn 40). Khi đó số học sinh của tốp làm vệ sinh là x – 8.

Tổng số học sinh của hai tốp là 40 nên có phương trình

$$x + (x - 8) = 40.$$

ĐS : 24 học sinh.

52. *HD* : Gọi số tuổi của Bình là x (x nguyên dương).

Vì ông hơn Bình 58 tuổi nên tuổi của ông là : $x + 58$.

Tuổi của bố cộng với hai lần tuổi của Bình bằng tuổi của ông, nên tuổi của bố Bình bằng tuổi của ông trừ đi hai lần tuổi của Bình, nghĩa là tuổi của bố Bình bằng

$$(x + 58) - 2x \quad \text{hay bằng} \quad 58 - x.$$

Theo giả thiết, tổng số tuổi của ba người bằng 130 nên ta có phương trình

$$x + (58 - x) + (58 + x) = 130.$$

ĐS : Bình 14 tuổi.

53. *HD :* Gọi x là chữ số hàng chục của số phải tìm (x nguyên và $0 < x \leq 9$).

Vì số đó là lẻ và chia hết cho 5 nên chữ số hàng đơn vị của nó là 5.

Vậy số phải tìm là $\overline{x5} = 10x + 5$.

Theo giả thiết ta có phương trình

$$(10x + 5) - x = 68.$$

ĐS : 75.

54. *HD :* Gọi x là tử số của phân số (x nguyên).

Mẫu số của phân số sẽ là $x + 11$.

Theo giả thiết ta có phương trình

$$\frac{x+3}{(x+11)-4} = \frac{3}{4}.$$

ĐS : $\frac{9}{20}$.

55. *HD :* Gọi x là số phải tìm ($x > 0$).

Vì phần nguyên của x có một chữ số nên khi viết thêm chữ số 2 vào bên trái thì số đó tăng thêm 20 đơn vị, nghĩa là ta có số có giá trị là $20 + x$.

Vì khi dịch dấu phẩy sang trái một chữ số thì số đó giảm đi 10 lần, nên khi dịch dấu phẩy của số có giá trị $20 + x$ sang trái thì được số có giá trị là $\frac{20+x}{10}$.

Số mới nhận được bằng $\frac{9}{10}$ số ban đầu nên ta có phương trình :

$$\frac{20+x}{10} = \frac{9}{10}x.$$

ĐS : 2,5.

56. *HD :* Gọi x (km) là độ dài quãng đường Hà Nội – Hải Phòng ($x > 0$).

Thời gian từ 8 giờ sáng đến 10 giờ 30 phút là 2,5h.

Thời gian từ 8 giờ sáng đến 11 giờ 20 phút là $\frac{10}{3}$ h.

Ta lập bảng sau :

	Thời gian (h)	Vận tốc (km/h)
Dự kiến	2,5	$\frac{x}{2,5}$
Thực tế	$\frac{10}{3}$	$\frac{3x}{10}$

Từ đó, theo giả thiết ta có phương trình $\frac{x}{2,5} - \frac{3x}{10} = 10$.

ĐS : 100km.

57. *HD :* Gọi x (km/h) là vận tốc tàu chở hàng (x > 0).

Vì tàu hàng khởi hành trước tàu khách 1,5 giờ nên khi tàu khách đi được 4 giờ thì tàu hàng đã đi được 5,5 giờ (= 4 giờ + 1,5 giờ).

Ta lập bảng sau :

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường (km)
Tàu chở hàng	x	5,5	5,5x
Tàu chở khách	x + 7	4	4(x + 7)

Từ đó và theo giả thiết (hai tàu còn cách nhau 25km, khoảng cách hai ga là 319km), ta có phương trình :

$$319 - [5,5x + 4(x + 7)] = 25.$$

ĐS : Vận tốc tàu hàng là 28km/h ; Vận tốc tàu khách là 35km/h.

58. *HD :* Gọi x (km) là độ dài quãng đường AB (x > 0).

Quãng đường AB gồm đoạn đường đá và đoạn đường nhựa.

Vì đoạn đường nhựa dài gấp rưỡi đoạn đường đá nên :

Đoạn đường đá dài $\frac{2}{5}x$ (km) và đoạn đường nhựa dài $\frac{3}{5}x$ (km).

Ta lập bảng sau :

	Độ dài (km)	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)
Đoạn đường đá	$\frac{2}{5}x$	10	$\frac{2}{5}x : 10$
Đoạn đường nhựa	$\frac{3}{5}x$	15	$\frac{3}{5}x : 15$

Tổng thời gian đi cả hai đoạn đường là 4 giờ nên ta có phương trình

$$\left(\frac{2}{5}x : 10\right) + \left(\frac{3}{5}x : 15\right) = 4.$$

ĐS : 50km.

59. *HD* : Gọi x (m) là độ dài quãng đường AB (x > 0).

Khi đi hết quãng đường AB, số vòng quay của bánh trước là $\frac{x}{2,5}$,

số vòng quay của bánh sau là $\frac{x}{4}$.

Do số vòng quay của bánh trước nhiều hơn của bánh sau là 15 vòng, nên ta có phương trình :

$$\frac{x}{2,5} - \frac{x}{4} = 15.$$

ĐS : 100m.

60. *HD* : Trong 12kg hợp kim có 45% đồng nên khối lượng đồng có trong hợp kim đó là $12 \times 45\% = 5,4$ (kg).

Gọi khối lượng thiếc nguyên chất cần thêm là x (kg).

Sau khi thêm vào, khối lượng miếng hợp kim là (12 + x) (kg).

Lượng đồng không thay đổi và chiếm 40% nên ta có phương trình :

$$5,4 : (12 + x) = 40 : 100.$$

ĐS : 1,5kg.

61. *HD* : Gọi x (triệu đồng) là giá tiền không kể thuế VAT của một chiếc môđem. Khi đó :

Số tiền (không kể VAT) máy vi tính và môđem là 6,5 + x (triệu đồng).

Số tiền phải trả thuế VAT là $(6,5 + x) \times 10\%$ (triệu đồng).

Tổng số tiền anh Trọng phải trả là 7,546 triệu đồng, nên ta có phương trình :

$$(6,5 + x) + (6,5 + x) \times 10\% = 7,546$$

hay $$\frac{110(6,5 + x)}{100} = 7,546.$$

ĐS : 0,36 triệu đồng (360 000 đồng).

Ôn tập chương III

62. a) *HD :* Ta phải giải phương trình ẩn m sau đây :

$$\frac{10}{2m+1} + \frac{12}{2m-1} = 0.$$

ĐS : $m = -\frac{1}{22}$.

b) *HD :* Ta phải giải phương trình ẩn m sau đây :

$$\frac{20}{(2m+1)(2m-1)} = \frac{5}{2m+1} + \frac{4}{2m-1}.$$

ĐS : $m = \frac{7}{6}$.

63. a) $x_1 \approx -0,62$; $x_2 \approx 1,53$.

b) $x_1 \approx 0,94$; $x_2 \approx -0,57$.

64. a) $\frac{9x - 0,7}{4} - \frac{5x - 1,5}{7} = \frac{7x - 1,1}{3} - \frac{5(0,4 - 2x)}{6}$

$\Leftrightarrow \frac{63x - 4,9 - 20x + 6}{28} = \frac{14x - 2,2 - 2 + 10x}{6}$

$\Leftrightarrow \frac{43x + 1,1}{28} = \frac{24x - 4,2}{6}$

$\Leftrightarrow 3(43x + 1,1) = 14(24x - 4,2) \Leftrightarrow 129x + 3,3 = 336x - 58,8$

$\Leftrightarrow 207x = 62,1 \Leftrightarrow x = 0,3$.

b) *HD :* ĐKXĐ : $x \neq 1$ và $x \neq -3$.

Mẫu chung là $(x - 1)(x + 3)$.

Chú ý loại nghiệm không thoả mãn ĐKXĐ.

ĐS : $S = \varnothing$.

c) *HD :* ĐKXĐ : $x \neq \pm 5$.

$$\frac{3}{4(x-5)} + \frac{15}{50 - 2x^2} = -\frac{7}{6(x+5)} \Leftrightarrow \frac{3}{4(x-5)} + \frac{7}{6(x+5)} = \frac{15}{2(x^2 - 25)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9(x+5) + 14(x-5)}{12(x^2 - 25)} = \frac{90}{12(x^2 - 25)},$$

suy ra x = 5, không thoả mãn ĐKXĐ.

ĐS : $S = \varnothing$.

d) *HD* : ĐKXĐ : $x \neq \pm\frac{1}{2}$.

$$\frac{8x^2}{3(1-4x^2)} = \frac{2x}{6x-3} - \frac{1+8x}{4+8x} \Leftrightarrow \frac{-8x^2}{3(4x^2-1)} = \frac{2x}{3(2x-1)} - \frac{8x+1}{4(2x+1)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-32x^2}{12(4x^2-1)} = \frac{8x(2x+1) - 3(8x+1)(2x-1)}{12(4x^2-1)}.$$

ĐS : $x = -\frac{3}{26}$.

65. a) $S = \left\{\frac{5}{2} ; -\frac{5}{2}\right\}$.

b) *HD* : Có hai cách giải :

Cách 1. Khi k = –3, ta có phương trình :

$$4x^2 - 12x - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x) + (x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(x+1) = 0.$$

Cách 2. Trước hết phân tích vế phải thành tích :

$$4x^2 - 25 + k^2 + 4kx = (4x^2 + 4kx + k^2) - 25 = (2x+k)^2 - 5^2$$

$$= (2x + k - 5)(2x + k + 5).$$

Khi k = –3 ta có phương trình $(2x - 8)(2x + 2) = 0$.

ĐS : $S = \{-1 ; 4\}$.

c) *HD* : Có hai cách giải :

Cách 1. Phương trình nhận x = –2 làm nghiệm nếu :

$$4(-2)^2 - 25 + k^2 + 4k(-2) = 0 \text{ hay } k^2 - 8k - 9 = 0.$$

Để tìm k, ta phân tích như sau :

$$k^2 - 8k - 9 = (k^2 + k) - (9k + 9) = k(k+1) - 9(k+1) = (k+1)(k-9).$$

Cách 2. Đưa phương trình đã cho về phương trình tích ta có :

$$(2x + k - 5)(2x + k + 5) = 0.$$

Phương trình này có hai nghiệm :

$$x = \frac{5-k}{2} \text{ và } x = -\frac{k+5}{2}.$$

Vậy phương trình đã cho nhận x = –2 làm nghiệm nếu :

$$\text{hoặc } \frac{5-k}{2} = -2 \text{ hoặc } -\frac{k+5}{2} = -2.$$

ĐS : k = 9 hoặc k = –1.

66. a) *HD* : Chuyển vế rồi đặt x + 2 làm nhân tử chung.

ĐS : $S = \left\{-2\ ;\ \frac{5}{3}\right\}$.

b) *HD* : ĐKXĐ : $x \neq -1$.

Mẫu chung là $x^3 + 1$.

Chú ý loại nghiệm không thoả mãn ĐKXĐ.

ĐS : S = {0}.

c) *HD* : $2x^2 - x = 3 - 6x$

$\Leftrightarrow 2x^2 - x + 6x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (2x^2 + 6x) - (x + 3) = 0.$

ĐS : $S = \left\{-3\ ;\ \frac{1}{2}\right\}$.

d) S = {4 ; 5}.

67. *HD* : Gọi x là số nhà của Khanh (x nguyên dương và 9 < x < 100).

Vì x là số tự nhiên có hai chữ số nên dễ thấy

$A = \overline{5x} = 500 + x$

$B = \overline{x5} = 10x + 5.$

Từ đó ta có phương trình :

$$(500 + x) - (10x + 5) = 153.$$

ĐS : 38.

68. *HD* : Gọi x (tấn) là số than đội phải khai thác theo kế hoạch (x nguyên dương). Theo giả thiết, ta lập bảng sau :

	Số than mỗi ngày (tấn)	Tổng số than (tấn)	Số ngày
Theo kế hoạch	50	x	$\frac{x}{50}$
Thực hiện	57	x + 13	$\frac{x+13}{57}$

Từ đó ta có phương trình $\frac{x+13}{57} = \frac{x}{50} - 1$.

ĐS : 500 tấn than.

69. *HD* : Gọi x (km/h) là vận tốc ban đầu của hai xe (x > 0).

Quãng đường còn lại sau 43km đầu là

$$163 - 43 = 120 \text{ (km)}.$$

Theo giả thiết, ta lập bảng sau :

	Quãng đường (km)	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)
Xe thứ nhất	120	1,2x	$\frac{120}{1,2x}$
Xe thứ hai	120	x	$\frac{120}{x}$

Xe thứ nhất đến sớm hơn xe thứ hai 40 phút $\left(\frac{2}{3} \text{ giờ}\right)$ nên ta có phương trình :

$$\frac{120}{1,2x} + \frac{2}{3} = \frac{120}{x}.$$

ĐS : 30km/h.

70. *HD* : Gọi x (km/h) là vận tốc của đoàn tàu thứ hai.

Khi hai đoàn tàu gặp nhau thì đoàn tàu thứ nhất đã đi được 4 giờ 48 phút (tức là 4,8 giờ

Vì đoàn tàu thứ hai đi sau 1 giờ 48 phút (tức là 1,8 giờ) nên khi gặp đoàn tàu thứ nhất thì đoàn tàu thứ hai mới đi được 3 giờ. Theo giả thiết, ta lập bảng :

	Thời gian (h)	Vận tốc (km/h)	Quãng đường (km)
Đoàn tàu thứ nhất	4,8	x + 5	4,8(x + 5)
Đoàn tàu thứ hai	3	x	3x

Từ Nam Định cho đến khi gặp nhau, hai đoàn tàu đi được quãng đường như nhau. Ngoài quãng đường đó, đoàn tàu thứ nhất còn đi hơn đoàn tàu thứ hai đoạn đường Hà Nội – Nam Định (87km). Ta có phương trình

$$4,8(x + 5) = 87 + 3x.$$

ĐS : Vận tốc của đoàn tàu thứ nhất là 40km/h, của đoàn tàu thứ hai là 35km/h.

71. Gọi x (km/h) là vận tốc của canô đi xuôi dòng. Khi đó

– Vận tốc của canô khi nước lặng yên là

$$x - 6 \text{ (km/h)}.$$

– Vận tốc của ca nô khi ngược dòng là

$$x - 12 \text{ (km/h)}.$$

Ta thấy điều kiện của ẩn là $x > 12$ (vì vận tốc của canô khi ngược dòng phải lớn hơn 0).

Vì khoảng cách giữa hai bến A và B là 36km nên :

– Thời gian canô xuôi dòng từ A đến B là $\frac{36}{x}$ (giờ).

– Thời gian canô ngược dòng từ B đến A là $\frac{36}{x-12}$ (giờ).

Tổng thời gian cả đi và về (từ 7 giờ sáng đến 11 giờ 30) là 4,5 giờ.

Ta có phương trình :

$$\frac{36}{x} + \frac{36}{x-12} = \frac{9}{2}. \qquad (1)$$

Giải phương trình :

$$(1) \Leftrightarrow \quad \frac{4(x-12)+4x}{x(x-12)} = \frac{x(x-12)}{2x(x-12)}.$$

Khử mẫu rồi thu gọn ta có :

$8(x - 12 + x) = x(x - 12) \Leftrightarrow x^2 - 28x + 96 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4x) - (24x - 96) = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 4) - 24(x - 4) = 0 \Leftrightarrow (x - 4)(x - 24) = 0.$

Phương trình này có hai nghiệm là 4 và 24, nhưng chỉ có giá trị $x = 24$ là thoả mãn điều kiện của ẩn.

Vậy vận tốc của canô khi xuôi dòng là 24km/h.

Bài tập bổ sung

III.1. a) ĐKXĐ : $x \neq -\frac{7}{2}$ và $x \neq \pm 3$. Mẫu chung là $(2x + 7)(x + 3)(x - 3)$.

Khử mẫu ta được :

$$\begin{aligned} 13(x + 3) + (x + 3)(x - 3) = 6(2x + 7) &\Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 4x - 3x - 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow x(x + 4) - 3(x + 4) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x + 4)(x - 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -4 \text{ hoặc } x = 3. \end{aligned}$$

Trong hai giá trị tìm được, chỉ có $x = -4$ là thoả mãn ĐKXĐ. Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất $x = -4$.

b) Đặt $y = 1 - \frac{2x - 1}{x + 1}$, ta có

$$\frac{12(2x - 1)}{x + 1} - 20 = -12\left(1 - \frac{2x - 1}{x + 1}\right) - 8 = -12y - 8.$$

Do đó phương trình đã cho có dạng $y^3 + 6y^2 = -12y - 8$. Giải phương trình này :

$$\begin{aligned} y^3 + 6y^2 = -12y - 8 &\Leftrightarrow y^3 + 3y^2.2 + 3y.2^2 + 2^3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (y + 2)^3 = 0 \\ &\Leftrightarrow y = -2. \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$1 - \frac{2x - 1}{x + 1} = -2 \text{ hay } \frac{2x - 1}{x + 1} = 3.$$

ĐKXĐ của phương trình là $x \neq -1$. Giải phương trình này bằng cách khử mẫu, ta được :

$$2x - 1 = 3(x + 1) \Leftrightarrow x = -4.$$

Giá trị $x = -4$ thoả mãn ĐKXĐ nên là nghiệm của phương trình đã cho.

III.2. a) $\dfrac{x}{(a-b)(a-c)} + \dfrac{x}{(b-a)(b-c)} + \dfrac{x}{(c-a)(c-b)} = 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{x(c-b) + x(a-c) + x(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 2$

$\Leftrightarrow 0x = 2(a-b)(b-c)(c-a).$

Do a, b, c đôi một khác nhau nên $2(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$. Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

b) $\dfrac{x}{(a-b)(a-c)} - \dfrac{2x}{(a-b)(a-d)} + \dfrac{3x}{(a-c)(a-d)} = \dfrac{4a}{(a-c)(a-d)}$

$\Leftrightarrow \dfrac{x(a-d) - 2x(a-c) + 3x(a-b)}{(a-b)(a-c)(a-d)} = \dfrac{4a(a-b)}{(a-b)(a-c)(a-d)}$

$\Leftrightarrow x(a - d - 2a + 2c + 3a - 3b) = 4a(a-b)$

$\Leftrightarrow x(2a - 3b + 2c - d) = 4a(a-b).$

Theo giả thiết, $b + d = 2c$ nên $2a - 3b + 2c - d = 2a - 2b = 2(a-b)$. Do đó phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$2(a-b)x = 4a(a-b).$$

Để ý rằng $a - b \neq 0$, ta thấy ngay phương trình cuối có nghiệm duy nhất $x = 2a$. Vậy phương trình đã cho cũng có nghiệm duy nhất $x = 2a$.

III.3. Gọi x là số tự nhiên cần thêm vào cả tử và mẫu của phân số $\dfrac{13}{18}$ để được phân số $\dfrac{4}{5}$, ta có phương trình

$$\frac{13+x}{18+x} = \frac{4}{5}.$$

Giải phương trình trên với chú ý rằng $x > 0$, ta được $x = 7$.

Vậy số tự nhiên cần tìm là 7.

III.4. Gọi tuổi hiện nay của người thứ hai là x (x nguyên dương). Ta có thể lập bảng :

	Tuổi của người thứ nhất	Tuổi của người thứ hai
Cách đây 10 năm	$3(x-10)$	$x-10$
Hiện nay	$3(x-10)+10=2(x+2)-2$	x
Sau đây 2 năm	$2(x+2)$	$x+2$

Từ đó ta có phương trình $3(x-10)+10=2(x+2)-2$.

Giải phương trình này ta được $x = 22$, thoả mãn điều kiện của bài toán. Vậy tuổi hiện nay của người thứ hai là 22 và của người thứ nhất là

$$2(x+2)-2=46.$$

Chương IV

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

ĐỀ BÀI

§1. Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng

1. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai ? Vì sao ?

a) $-5 \geq -5$; b) $4.(-3) > -14$;

c) $15 < (-4).2$; d) $-4+(-8)^2 \leq (-4).(-15)$.

2. Chuyển các khẳng định sau về dạng bất đẳng thức và cho biết khẳng định đó đúng hay sai ?

a) Tổng của -3 và 1 nhỏ hơn hoặc bằng -2 ;

b) Hiệu của 7 và -15 nhỏ hơn 20 ;

c) Tích của -4 và 5 không lớn hơn -18 ;

d) Thương của 8 và -3 lớn hơn thương của 7 và -2.

3. Đặt dấu "<, >, ≥, ≤" vào ô vuông cho thích hợp :

a) $12 + (-8)$ ☐ $9 + (-8)$; b) $13 - 19$ ☐ $15 - 19$;

c) $(-4)^2 + 7$ ☐ $16 + 7$; d) $45^2 + 12$ ☐ $450 + 12$.

4. Cho m < n, hãy so sánh :

a) $m + 2$ và $n + 2$; b) $m - 5$ và $n - 5$.

5. Với m bất kì, chứng tỏ :

a) $1 + m < 2 + m$; b) $m - 2 < 3 + m$.

6. Với số a bất kì, so sánh :

a) a với $a - 1$; b) a với $a + 2$.

7. Dùng dấu "<, >, ≥, ≤" để so sánh m và n nếu :

a) $m - n = 2$; b) $m - n = 0$; c) $n - m = 3$.

8. Dựa vào tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép cộng, hãy chứng tỏ rằng :

a) Nếu $m > n$ thì $m - n > 0$.

b) Nếu $m - n > 0$ thì $m > n$.

9. Cho $a + 2 > 5$, chứng tỏ $a > 3$. Điều ngược lại là gì ? Điều đó có đúng không ?

Bài tập bổ sung

1.1. Khoanh tròn vào chữ cái trước khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

(A) $-2,83 > 2,83$; (B) $-2,83 \geq 2,83$;

(C) $-2,83 = 2,83$; (D) $-2,83 \leq 2,83$.

1.2. Cho biết $a - 7 > b - 7$. Khoanh tròn vào chữ cái trước khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

(A) $a \geq b$; (B) $-a > -b$;

(C) $a + 7 > b + 7$; (D) $7 - a > 7 - b$.

§2. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

10. Đặt dấu "<, >, ≥, ≤" vào ô vuông cho thích hợp :

a) $(-2).3$ ☐ $(-2).5$; b) $4.(-2)$ ☐ $(-7).(-2)$

c) $(-6)^2 + 2$ ☐ $36 + 2$; d) $5.(-8)$ ☐ $135.(-8)$.

11. Cho $m < n$, hãy so sánh :

a) $5m$ và $5n$; b) $-3m$ và $-3n$.

12. Số b là số âm, số 0, hay số dương nếu :

a) $5b > 3b$; b) $-12b > 8b$; c) $-6b \geq 9b$; d) $3b \leq 15b$.

13. Cho $a < b$, hãy đặt dấu "<, >" vào ô vuông cho thích hợp :

a) $\frac{a}{2} \square \frac{b}{2}$; b) $\frac{a}{-3} \square \frac{b}{-3}$.

14. Cho $m > n$, chứng tỏ :

a) $m + 3 > n + 1$; b) $3m + 2 > 3n$.

15. Cho $m < n$, chứng tỏ :

a) $2m + 1 < 2n + 1$; b) $4(m - 2) < 4(n - 2)$; c) $3 - 6m > 3 - 6n$.

16. Cho $m < n$, chứng tỏ :

a) $4m + 1 < 4n + 5$; b) $3 - 5m > 1 - 5n$.

17. Cho $a > 0$, $b > 0$, nếu $a < b$ hãy chứng tỏ :

a) $a^2 < ab$ và $ab < b^2$; b) $a^2 < b^2$ và $a^3 < b^3$.

18. Cho $a > 5$, hãy cho biết bất đẳng thức nào xảy ra :

a) $a + 5 > 10$; b) $a + 4 > 8$; c) $-5 > -a$; d) $3a > 13$.

19. Cho a là số bất kì, hãy đặt dấu "<, >, ≤, ≥" vào ô vuông cho đúng :

a) $a^2 \square 0$; b) $-a^2 \square 0$;

c) $a^2 + 1 \square 0$; d) $-a^2 - 2 \square 0$.

20. Cho $a > b$ và $m < n$, hãy đặt dấu "<, >" vào ô vuông cho thích hợp :

a) $a(m - n) \square b(m - n)$; b) $m(a - b) \square n(a - b)$.

21. Cho $2a > 8$, chứng tỏ $a > 4$.

Điều ngược lại là gì ? Điều đó có đúng không ?

22. a) Cho bất đẳng thức $m > 0$.

Nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số nào thì được bất đẳng thức $\frac{1}{m} > 0$?

b) Cho bất đẳng thức $m < 0$.

Nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số nào thì được bất đẳng thức $\frac{1}{m} < 0$?

23. Cho $a > 0$, $b > 0$ và $a > b$, chứng tỏ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

24. Điền dấu "<, >" vào ô vuông cho đúng :

a) $(0,6)^2 \square (0,6)$; b) $(1,3)^2 \square 1,3$.

25. So sánh m^2 và m nếu :

a) m lớn hơn 1 ; b) m dương nhưng nhỏ hơn 1.

26. Cho $a < b$ và $c < d$, chứng tỏ $a + c < b + d$.

27. Cho a, b, c, d là các số dương thoả mãn $a < b$, $c < d$, chứng tỏ $ac < bd$.

28. Chứng tỏ rằng với a và b là các số bất kì thì :

a) $a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$; b) $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$.

29. Cho a và b là các số dương, chứng tỏ :

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2.$$

30. a) Với số a bất kì, chứng tỏ $a(a + 2) < (a + 1)^2$.

b) Chứng minh rằng : Trong ba số nguyên liên tiếp thì bình phương số đứng giữa lớn hơn tích hai số còn lại.

Bài tập bổ sung

2.1. Cho ba số a, b và k mà $a > b$. Nếu $ak < bk$ thì số k là

(A) Số dương ; (B) Số 0 ;

(C) Số âm ; (D) Số bất kì.

Khoanh tròn vào chữ cái trước khẳng định đúng.

2.2. Cho hai số a và b mà $-7a < -7b$.

Khoanh tròn vào chữ cái trước khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

(A) $a - 7 < b - 7$; (B) $a > b$;

(C) $a < b$; (D) $a \leq b$.

2.3. Cho a là số bất kì, hãy đặt dấu "$<, >, \leq, \geq$" vào ô vuông cho đúng

a) $|a| \square\ 0$; b) $-|a| \square\ 0$;

c) $|a| + 3 \square\ 0$; d) $-|a| - 2 \square\ 0$.

2.4. Đặt dấu "$<, >$" vào ô vuông cho đúng

a) $-3 \square -2$; $(-3)^2 \square (-2)^2$.

b) $-2 \square 1$; $(-2)^2 \square 1^2$.

c) $2 \square 3$; $2^2 \square 3^2$.

d) $-2 \square 2{,}5$; $(-2)^2 \square (2{,}5)^2$.

2.5. a) Cho $x > 0$, chứng tỏ

$$x + \frac{1}{2} \geq 2.$$

b) Từ kết quả câu a), nếu $x < 0$ sẽ có kết quả nào ?

§3. Bất phương trình một ẩn

31. Kiểm tra xem các giá trị sau của x có là nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x < 3x$ hay không :

a) $x = 2$; b) $x = 1$; c) $x = -3$; d) $x = 4$.

32. Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình sau trên trục số :

a) $x > 5$; b) $x < -3$; c) $x \geq 4$; d) $x \leq -6$.

33. Cho tập $A = \{-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, ..., 8, 9, 10\}$. Hãy cho biết giá trị nào của x trong tập A sẽ là nghiệm của bất phương trình :

a) $|x| < 3$; b) $|x| > 8$; c) $|x| \leq 4$; d) $|x| \geq 7$.

34. Hãy đưa ra hai số nguyên là nghiệm của bất phương trình sau :

a) $-4x + 5 > 10$; b) $2x + 100 < 90$.

35. Viết thành bất phương trình và chỉ ra một nghiệm của nó từ các mệnh đề sau :

a) Tổng của một số nào đó và 5 lớn hơn 7.

b) Hiệu của 9 và một số nào đó nhỏ hơn –12.

36. Viết thành bất phương trình và chỉ ra hai nghiệm của nó từ các mệnh đề sau :

a) Tổng của 2 lần số nào đó và 3 lớn hơn 12.

b) Hiệu của 5 và 3 lần số nào đó nhỏ hơn 10.

37. Với tập hợp A như trong bài tập 33, hãy cho biết số nào trong A là nghiệm của bất phương trình :

a) $|x - 2| \leq 3$; b) $|x - 3| > 5$.

38. Hãy đưa ra ba nghiệm của bất phương trình :

a) $5 > x$; b) $-4 < x$.

39. Viết tập nghiệm của bất phương trình sau bằng kí hiệu tập hợp và biểu diễn tập nghiệm đó trên trục số :

a) $2 > x$; b) $-3 < x$.

Bài tập bổ sung

3.1. Khoanh vào chữ cái trước khẳng định đúng.

Giá trị $x = -3$ là nghiệm của bất phương trình

(A) $x^2 - 1 \geq 8$; (B) $x^2 - 1 > 8$;

(C) $x^2 - 1 < 8$; (D) $x^2 - 1 \leq 6$.

3.2. Khoanh vào chữ cái trước hình đúng.

Hình biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $x \leq 2$ là :

(A) 2

(B) 2

(C) 2

(D) 2

3.3. Lập bất phương trình cho bài toán sau :

Một ngân hàng đang thực hiện tỉ lệ lãi gửi tiết kiệm hàng tháng là 0,8%. Hỏi rằng, muốn có số tiền lãi hàng tháng ít nhất là 2 triệu đồng thì số tiền phải gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu tiền ?

§4. Bất phương trình bậc nhất một ẩn

40. Áp dụng quy tắc chuyển vế, giải các bất phương trình sau :

a) $x - 2 > 4$; b) $x + 5 < 7$;

c) $x - 4 < -8$; d) $x + 3 > -6$.

41. Áp dụng quy tắc chuyển vế, giải các bất phương trình sau :

a) $3x < 2x + 5$; b) $2x + 1 < x + 4$;

c) $-2x > -3x + 3$; d) $-4x - 2 > -5x + 6$.

42. Áp dụng quy tắc nhân, giải các bất phương trình sau :

a) $\frac{1}{2}x > 3$; b) $-\frac{1}{3}x < -2$;

c) $\frac{2}{3}x > -4$; d) $-\frac{3}{5}x > 6$.

43. Áp dụng quy tắc nhân, giải các bất phương trình sau :

a) $3x < 18$; b) $-2x > -6$; c) $0,2x > 8$; d) $-0,3x < 12$.

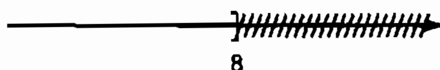
44. Giải thích sự tương đương :

a) $2x < 3 \Leftrightarrow 3x < 4,5$;

b) $x - 5 < 12 \Leftrightarrow x + 5 < 22$;

c) $-3x < 9 \Leftrightarrow 6x > -18$.

45. Cho hình vẽ sau (h.1)



Hình 1

Bạn An cho rằng, hình vẽ đó biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $2x \leq 16$, còn bạn Bình lại khẳng định hình vẽ đó biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $x + 2 \leq 10$.

Theo em bạn nào đúng ?

46. Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm của chúng trên trục số :

a) $2x - 4 < 0$; b) $3x + 9 > 0$;

c) $-x + 3 < 0$; d) $-3x + 12 > 0$.

47. Giải các bất phương trình :

a) $3x + 2 > 8$; b) $4x - 5 < 7$;

c) $-2x + 1 < 7$; d) $13 - 3x > -2$.

48. Giải các bất phương trình :

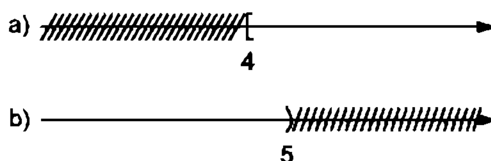
a) $\frac{3}{2}x < -9$; b) $5 + \frac{2}{3}x > 3$;

c) $2x + \frac{4}{5} > \frac{9}{5}$; d) $6 - \frac{3}{5}x < 4$.

49. Giải các bất phương trình :

a) $7x - 2,2 < 0,6$; b) $1,5 > 2,3 - 4x$.

50. Viết bất phương trình bậc nhất một ẩn có tập nghiệm biểu diễn bởi hình vẽ sau (h.2)



Hình 2

51. Giải các bất phương trình :

a) $\frac{3x - 1}{4} > 2$; b) $\frac{2x + 4}{3} < 3$;

c) $\frac{1 - 2x}{3} > 4$; d) $\frac{6 - 4x}{5} < 1$.

52. Giải các bất phương trình :

a) $(x - 1)^2 < x(x + 3)$; b) $(x - 2)(x + 2) > x(x - 4)$;

c) $2x + 3 < 6 - (3 - 4x)$; d) $-2 - 7x > (3 + 2x) - (5 - 6x)$.

53. Với các giá trị nào của x thì :

a) Giá trị phân thức $\frac{5 - 2x}{6}$ lớn hơn giá trị phân thức $\frac{5x - 2}{3}$?

b) Giá trị phân thức $\frac{1,5 - x}{5}$ nhỏ hơn giá trị phân thức $\frac{4x + 5}{2}$?

54. Hãy cho biết số nào trong các số $\frac{2}{3}$; $\frac{2}{7}$; $-\frac{4}{5}$ là nghiệm của bất phương trình

$$5 - 3x < (4 + 2x) - 1.$$

55. Hai quy tắc biến đổi tương đương của bất phương trình cũng giống như hai quy tắc biến đổi tương đương của phương trình. Điều đó có đúng không ?

56. Cho bất phương trình ẩn x : $2x + 1 > 2(x + 1)$.

a) Chứng tỏ các giá trị –5 ; 0 ; –8 đều không phải là nghiệm của nó.

b) Bất phương trình này có thể nhận giá trị nào của x là nghiệm ?

57. Bất phương trình ẩn x :

$$5 + 5x < 5(x + 2)$$

có thể nhận những giá trị nào của ẩn x là nghiệm ?

58. So sánh số a với số b nếu

a) $x < 5 \Leftrightarrow (a - b)x < 5(a - b)$;

b) $x > 2 \Leftrightarrow (a - b)x < 2(a - b)$.

59. Tìm số nguyên x lớn nhất thoả mãn mỗi bất phương trình sau :

a) $5,2 + 0,3x < -0,5$; b) $1,2 - (2,1 - 0,2x) < 4,4$.

60. Tìm số nguyên x bé nhất thoả mãn mỗi bất phương trình sau :

a) $0,2x + 3,2 > 1,5$; b) $4,2 - (3 - 0,4x) > 0,1x + 0,5$.

61. Với giá trị nào của m thì phương trình ẩn x :

a) $x - 3 = 2m + 4$ có nghiệm dương ?

b) $2x - 5 = m + 8$ có nghiệm âm ?

62. Giải các bất phương trình :

a) $(x + 2)^2 < 2x(x + 2) + 4$;

b) $(x + 2)(x + 4) > (x - 2)(x + 8) + 26$.

63. Giải các bất phương trình :

a) $\frac{1 - 2x}{4} - 2 < \frac{1 - 5x}{8}$; b) $\frac{x - 1}{4} - 1 > \frac{x + 1}{3} + 8$.

64. Tìm các số tự nhiên n thoả mãn mỗi bất phương trình sau :

a) $3(5 - 4n) + (27 + 2n) > 0$; b) $(n + 2)^2 - (n - 3)(n + 3) \leq 40$.

Bài tập bổ sung

4.1. Khoanh tròn vào chữ cái trước khẳng định đúng.

Bất phương trình $x - 2 < 1$ tương đương với bất phương trình sau :

(A) $x > 3$; (B) $x \leq 3$;

(C) $x - 1 > 2$; (D) $x - 1 < 2$.

4.2. Khoanh tròn vào chữ cái trước hình đúng.

Bất phương trình bậc nhất $2x - 1 > 1$ có tập nghiệm biểu diễn bởi hình vẽ sau :

(A)

(B)

(C)

(D)

4.3. Với giá trị nào của m thì phương trình ẩn x :

a) $x - 2 = 3m + 4$ có nghiệm lớn hơn 3.

b) $3 - 2x = m - 5$ có nghiệm nhỏ hơn -2.

4.4. Chứng minh hai bất phương trình sau không tương đương

a) $2x + 1 > 3$ và $|x| > 1$.

b) $3x - 9 < 0$ và $x^2 < 9$.

§5. Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

65. Giải các phương trình :

a) $|0,5x| = 3 - 2x$; b) $|-2x| = 3x + 4$;

c) $|5x| = x - 12$; d) $|-2,5x| = 5 + 1,5x$.

66. Giải các phương trình :

a) $|9 + x| = 2x$; b) $|x - 1| = 3x + 2$;

c) $|x + 6| = 2x + 9$; d) $|7 - x| = 5x + 1$.

67. Giải các phương trình :

a) $|5x| - 3x - 2 = 0$;

b) $x - 5x + |-2x| - 3 = 0$;

c) $|3 - x| + x^2 - (4 + x)x = 0$;

d) $(x - 1)^2 + |x + 21| - x^2 - 13 = 0$.

68. Giải các phương trình :

a) $|x - 5| = 3$;

b) $|x + 6| = 1$;

c) $|2x - 5| = 4$;

d) $|3 - 7x| = 2$.

69. Giải các phương trình :

a) $|3x - 2| = 2x$;

b) $|4 + 2x| = -4x$;

c) $|2x - 3| = -x + 21$;

d) $|3x - 1| = x - 2$.

70. Với các giá trị nào của x thì :

a) $|2x - 3| = 2x - 3$;

b) $|5x - 4| = 4 - 5x$.

Bài tập bổ sung

5.1. Khoanh tròn vào chữ cái trước khẳng định đúng.

Bỏ dấu giá trị tuyệt đối của biểu thức $|-5x|$ ta được biểu thức :

(A) $-5x$ với $x > 0$ và $5x$ với $x < 0$;

(B) $-5x$ với $x \geq 0$ và $5x$ với $x < 0$;

(C) $5x$ với $x > 0$ và $-5x$ với $x < 0$;

(D) $-5x$ với $x \leq 0$ và $5x$ với $x > 0$.

5.2. Khoanh tròn vào chữ cái trước khẳng định đúng.

Bỏ dấu giá trị tuyệt đối của biểu thức $|x - 2|$ ta được biểu thức :

(A) $x - 2$ với $x > 2$ và $2 - x$ với $x < 2$;

(B) $x - 2$ với $x \geq 2$ và $2 - x$ với $x < 2$;

(C) $x - 2$ với $x > 0$ và $2 - x$ với $x < 0$;

(D) $x - 2$ với $x \geq 0$ và $2 - x$ với $x < 0$.

5.3. Tìm x sao cho

$$|2x - 4| = 6.$$

Ôn tập chương IV

71. Cho các bất đẳng thức

$a > b$; $a < b$; $c > 0$; $c < 0$; $a + c < b + c$; $a + c > b + c$; $ac < bc$; $ac > bc$.

Hãy đặt các bất đẳng thức thích hợp vào chỗ trống (...) trong câu sau :

Nếu ...., và .... thì ....

72. Cho $a > b$, chứng tỏ

a) $3a + 5 > 3b + 2$; b) $2 - 4a < 3 - 4b$.

73. a) Chứng tỏ 2,99 là nghiệm của bất phương trình $3 > x$. Hãy kể ra ba số lớn hơn 2,99 mà cũng là nghiệm của bất phương trình đó.

b) Chứng tỏ 4,01 là nghiệm của bất phương trình $4 < x$. Hãy kể ra ba số nhỏ hơn 4,01 mà cũng là nghiệm của bất phương trình đó.

74. Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm của chúng trên trục số :

a) $2(3x - 1) - 2x < 2x + 1$; b) $4x - 8 \geq 3(3x - 2) + 4 - 2x$.

75. Giải các bất phương trình

a) $2x + 1{,}4 < \dfrac{3x - 7}{5}$; b) $1 + \dfrac{1 + 2x}{3} > \dfrac{2x - 1}{6} - 2$.

76. Một người đi bộ một quãng đường dài 18km trong khoảng thời gian không nhiều hơn 4 giờ. Lúc đầu người đó đi với vận tốc 5km/h, về sau đi với vận tốc 4km/h. Xác định độ dài đoạn đường mà người đó đã đi với vận tốc 5km/h.

77. Giải các phương trình

a) $|2x| = 3x - 2$; b) $|-3{,}5x| = 1{,}5x + 5$;

c) $|x + 15| = 3x - 1$; d) $|2 - x| = 0{,}5x - 4$.

78. Chứng tỏ rằng, trong một tam giác thì độ dài một cạnh luôn nhỏ hơn nửa chu vi.

79. Với số m và số n bất kì, chứng tỏ rằng

a) $(m + 1)^2 \geq 4m$; b) $m^2 + n^2 + 2 \geq 2(m + n)$.

80. Cho $a > 0$ và $b > 0$, chứng tỏ rằng

$$(a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4.$$

81. Chứng tỏ diện tích hình vuông cạnh 10m không nhỏ hơn diện tích hình chữ nhật có cùng chu vi.

82. Giải các bất phương trình :

a) $3(x-2)(x+2) < 3x^2 + x$;

b) $(x+4)(5x-1) > 5x^2 + 16x + 2$.

83. Giải các bất phương trình :

a) $\dfrac{5x^2 - 3x}{5} + \dfrac{3x+1}{4} < \dfrac{x(2x+1)}{2} - \dfrac{3}{2}$;

b) $\dfrac{5x - 20}{3} - \dfrac{2x^2 + x}{2} > \dfrac{x(1-3x)}{3} - \dfrac{5x}{4}$.

84. Với giá trị nào của x thì :

a) Giá trị biểu thức $\dfrac{2x-3}{35} + \dfrac{x(x-2)}{7}$ không lớn hơn giá trị biểu thức $\dfrac{x^2}{7} - \dfrac{2x-3}{5}$?

b) Giá trị biểu thức $\dfrac{6x+1}{18} + \dfrac{x+3}{12}$ không nhỏ hơn giá trị biểu thức $\dfrac{5x+3}{6} + \dfrac{12-5x}{9}$?

85. Tìm x sao cho

a) $-x^2 < 0$;

b) $(x-1)x < 0$.

86. Tìm x sao cho :

a) $x^2 > 0$;

b) $(x-2)(x-5) > 0$.

87. Với giá trị nào của x thì :

a) $\dfrac{x-2}{x-3} > 0$?

b) $\dfrac{x+2}{x-5} < 0$?

88. Chứng tỏ các phương trình sau vô nghiệm :

a) $|2x+3| = 2x + 2$;

b) $|5x-3| = 5x - 5$.

Bài tập bổ sung

IV.1. Tìm x sao cho

a) $\dfrac{2x-1}{x+3} > 1$.

b) $\dfrac{2x-1}{x-2} < 3$.

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN HOẶC ĐÁP SỐ

§1. Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng

1. a) Đúng ; b) Đúng ;
   c) Sai ; d) Đúng.

2. a) $-3 + 1 \leq -2$, đúng ; b) $7 - (-15) < 20$, sai ;
   c) $(-4).5 \leq -18$, đúng ; d) $8 : (-3) > 7 : (-2)$, đúng.

3. a) Dấu "$>$" hoặc dấu "$\geq$" ; b) Dấu "$<$" hoặc dấu "$\leq$" ;
   c) Dấu "$\leq$" hoặc dấu "$\geq$" ; d) Dấu "$>$" hoặc dấu "$\geq$".

4. a) Từ $m < n$ có $m + 2 < n + 2$ (cộng số 2 vào hai vế của bất đẳng thức $m < n$) ;
   b) Tương tự có $m - 5 < n - 5$.

5. a) Vì $1 < 2$, nên $1 + m < 2 + m$ (cộng số m vào hai vế của bất đẳng thức $1 < 2$) ;
   b) Tương tự, nhưng xuất phát từ bất đẳng thức $-2 < 3$.

6. a) $a > a - 1$ (xuất phát từ bất đẳng thức $0 > -1$).
   b) $a < a + 2$.

7. a) $m > n$ hoặc $m \geq n$, ($n + 2 > n$ mà $m = n + 2$ nên $m > n$).
   Khi có $m > n$, ta cũng có $m \geq n$.
   b) $m \geq n$ hoặc $m \leq n$.
   c) $m < n$ hoặc $m \leq n$.

8. a) Từ $m > n$, cộng số $-n$ vào hai vế của bất đẳng thức $m > n$ sẽ có $m - n > 0$.
   b) Cộng số n vào hai vế của bất đẳng thức $m - n > 0$ sẽ được $m > n$.

9. Từ $a + 2 > 5$, cộng số -2 vào hai vế, sẽ có $a > 3$.
   Điều ngược lại là : Nếu có $a > 3$ thì $a + 2 > 5$. Điều này cũng đúng.

Bài tập bổ sung

1.1. Chọn (D).

1.2. Chọn (C).

§2. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

10. a) Dấu ">" hoặc dấu "≥" ; b) Dấu "<" hoặc dấu "≤" ;

c) Dấu "≤" hoặc dấu "≥" ; d) Dấu ">" hoặc dấu "≥".

11. a) Từ $m < n$, có $5m < 5n$ (nhân số 5 vào hai vế của bất đẳng thức $m < n$).

b) Từ $m < n$, có $-3m > -3n$.

12. a) Số b dương ; b) Số b âm ;

c) Số b âm hoặc bằng 0 ; d) Số b dương hoặc bằng 0.

13. a) Dấu "<" (do nhân số $\frac{1}{2}$ vào hai vế).

b) Dấu ">".

14. a) Từ $m > n$ có $m + 3 > n + 3$. (1)

Từ $3 > 1$ có $n + 3 > n + 1$. (2)

Theo tính chất bắc cầu, từ (1) và (2) suy ra

$$m + 3 > n + 1.$$

b) Lần lượt chứng tỏ

$$3m > 3n ; 3m + 2 > 3n + 2 ; 3n + 2 > 3n + 0.$$

Sau đó áp dụng tính chất bắc cầu để có :

$$3m + 2 > 3n.$$

15. a) Từ $m < n$, nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số 2, rồi cộng vào hai vế của bất đẳng thức tìm được với số 1.

b) Cộng số -2 vào hai vế của bất đẳng thức $m < n$ rồi nhân vào hai vế của bất đẳng thức tìm được với số 4.

c) Nhân cả hai vế của bất đẳng thức $m < n$ với -6 rồi cộng vào hai vế của bất đẳng thức vừa tìm được với 3.

16. a) Từ $m < n$, có $4m < 4n$ (nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số 4). Sau đó làm tương tự bài 14.

b) Nhân cả hai vế của bất đẳng thức $m < n$ với số -5, rồi làm tương tự bài 14.

17. a) Do $a > 0$, $b > 0$ nên từ $a < b$ có :

$a^2 < ab$ (nhân số dương a vào hai vế của bất đẳng thức $a < b$) ;

$ab < b^2$ (nhân số dương b vào hai vế của bất đẳng thức $a < b$).

b) Từ câu a) theo tính chất bắc cầu suy ra $a^2 < b^2$.

Sau đó, từ $a^2 < b^2$ thực hiện tương tự, suy ra $a^3 < b^3$.

18. Các bất đẳng thức đều xảy ra.

b) Từ $a > 5$, có $a + 4 > 9$, áp dụng tiếp tính chất bắc cầu (sử dụng bất đẳng thức $9 > 8$).

d) Tương tự câu b).

19. a) Dấu "$\geq$" (xét hai trường hợp $a = 0$ và $a \neq 0$) ;

b) Dấu "$\leq$" (dùng kết quả câu a và tính chất thứ tự) ;

c) Dấu ">" ;

d) Dấu "<".

20. a) Dấu "<" (xét xem $m - n$ là âm hay dương) ;

b) Dấu "<" (xét xem $a - b$ là âm hay dương).

21. Từ $2a > 8$, nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số $\frac{1}{2}$, có $a > 4$.

Điều ngược lại là : từ $a > 4$, có $2a > 8$. Điều này cũng đúng.

22. a) Từ $m > 0$, nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số $\frac{1}{m^2}$ thì được bất đẳng thức $\frac{1}{m} > 0$.

b) Từ $m < 0$, có $m^2 > 0$ suy ra $\frac{1}{m^2} > 0$.

Nhân cả hai vế của bất đẳng thức $m < 0$ với số $\frac{1}{m^2}$ thì được bất đẳng thức $\frac{1}{m} < 0$.

23. Do $a > 0$, $b > 0$ nên $ab > 0$.

(Có thể giải thích theo hai cách :

Cách 1 : Tích của hai số dương là số dương.

Cách 2 : Từ $a > 0$, nhân cả hai vế của bất đẳng thức $a > 0$ với số b dương sẽ được $ab > 0.b$, tức là có $ab > 0$).

Số ab > 0, nên $\frac{1}{ab} > 0$. Từ a > b, nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số $\frac{1}{ab}$, có bất đẳng thức $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

24. a) Dấu "<" ;

b) Dấu ">"

(Có thể giải thích theo hai cách :

Cách 1 : Tính giá trị vế trái được 1,69. Vậy 1,69 > 1,3.

Cách 2 : Từ 1,3 > 1, nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số 1,3 sẽ được $(1,3)^2 > 1,3$).

25. a) Nếu m > 1 thì $m^2 > m$ (nhân số dương m vào hai vế của bất đẳng thức m > 1).

b) Nếu m dương nhưng m < 1 thì $m^2 < m$.

26. Chứng tỏ a + c < b + c và b + c < b + d sau đó sử dụng tính chất bắc cầu để suy ra kết quả.

27. Tương tự bài 26 nhưng với phép nhân.

28. a) Từ kết quả $(a - b)^2 \geq 0$, khai triển vế trái.

b) Từ bất đẳng thức ở câu a) : $a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$, thực hiện cộng 2ab vào hai vế rồi nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số $\frac{1}{2}$.

Từ kết quả của câu b) ta có thể chứng minh bất đẳng thức Cô-si ở mục "Có thể em chưa biết" trong sách giáo khoa như sau :

• Với $x \geq 0, y \geq 0$, ta có $\sqrt{x}.\sqrt{y} = \sqrt{xy}$ (1)

(Chỉ cần chứng tỏ $(\sqrt{x}.\sqrt{y})^2 = (\sqrt{xy})^2$).

• Với $x \geq 0, y \geq 0$, ta đặt $a = \sqrt{x}$, $b = \sqrt{y}$.

Từ bất đẳng thức $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$ ta có $\frac{x + y}{2} \geq \sqrt{x}.\sqrt{y}$. (2)

• Từ (1) và (2) suy ra : $\frac{x + y}{2} \geq \sqrt{xy}$. (Đây chính là bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm x và y).

29. Do a dương và b dương nên tích ab dương. Từ bất đẳng thức ở câu a) bài 28 : $a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$, thực hiện cộng cả hai vế của bất đẳng thức với 2ab. Sau đó chia cả hai vế của bất đẳng thức cho tích ab sẽ suy ra kết quả.

30. a) Khai triển mỗi vế có : $a^2 + 2a < a^2 + 2a + 1$.

Vậy từ $0 < 1$, cộng vào hai vế của bất đẳng thức với $a^2 + 2a$ sẽ được kết quả.

b) Có thể kí hiệu ba số nguyên liên tiếp là a, a + 1, a + 2 và dùng kết quả câu a).

Bài tập bổ sung

2.1. Chọn (C).

2.2. Chọn (B).

2.3. a) Dấu "≥" (xét khi a = 0 và a ≠ 0).

b) Dấu "≤".

c) Dấu ">".

– Nếu $a = 0$, ta có $|a| = 0$.

Khi đó $|a| + 3 = 3$.

– Nếu $a \neq 0$, ta có $|a| > 0$, suy ra $|a| + 3 > 3$. (1)

Với 3 và 0, ta có $3 > 0$. (2)

Từ (1) và (2), theo tính chất bắc cầu, ta có $|a| + 3 > 0$.

Kết luận : $|a| + 3 > 0$ với a bất kì.

d) Dấu "<".

2.4. a) $-3 < -2$; $(-3)^2 > (-2)^2$.

b) $-2 < 1$; $(-2)^2 > 1^2$.

c) $2 < 3$; $2^2 < 3^2$.

d) $-2 < 2,5$; $(-2)^2 < (2,5)^2$.

2.5. a) Nếu có $x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0$ thì suy ra $x + \frac{1}{x} \geq 2$

nên ta sẽ chứng tỏ $x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0$.

Ta có, $x + \frac{1}{x} - 2 = \frac{x^2 + 1 - 2x}{x} = \frac{(x-1)^2}{x}$.

Vì $(x-1)^2 \geq 0$ với x bất kì và $x > 0$ nên $\frac{(x-1)^2}{x} \geq 0$.

Vậy $x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0$, nghĩa là $x + \frac{1}{x} \geq 2$.

b) Nếu $x < 0$, ta đặt $a = -x$ thì $a > 0$.

Từ kết quả câu a), ta có $a + \frac{1}{a} \geq 2$.

Thay $a = -x$, ta có :

$$-x + \frac{1}{-x} \geq 2. \qquad (1)$$

Nhân hai vế của (1) với số -1, ta có

$$x + \frac{1}{x} \leq -2.$$

Vậy, với $x < 0$ thì $x + \frac{1}{x} \leq -2$.

§3. Bất phương trình một ẩn

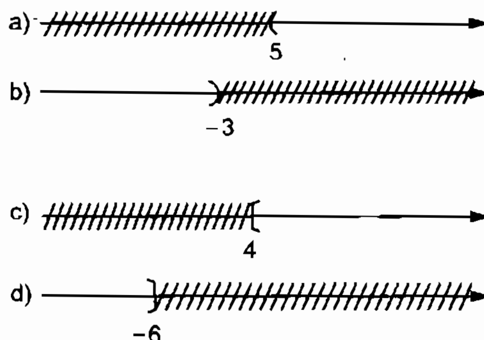
31. a) $x = 2$ là nghiệm.

b) $x = 1$ là nghiệm.

c) $x = -3$ không phải là nghiệm.

d) $x = 4$ là nghiệm.

32. (h. 3)



Hình 3

33. a) Các số : – 2 ; –1 ; 0 ; 1 và 2.

b) Các số : – 10 ; – 9 ; 9 và 10.

c) Các số : – 4 ; – 3 ; – 2 ; – 1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 và 4.

d) Các số : – 10 ; – 9 ; – 8 ; – 7 ; 7 ; 8 ; 9 và 10.

34. a) Số –2 và số –3 chẳng hạn (kiểm tra được từng số đều là nghiệm).

b) Số – 6 và – 8 chẳng hạn.

35. a) $x + 5 > 7$. Có thể chọn số 3 là nghiệm.

b) $9 - x < -12$. Có thể chọn số 22 là nghiệm.

36. a) $2x + 3 > 12$, có thể chọn hai nghiệm là $x = 5$ và $x = 6$;

b) $5 - 3x < 10$, có thể chọn hai nghiệm là $x = 0$ và $x = -1$.

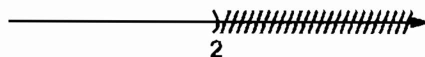
37. a) Các số 5 ; 4 ; 3 ; 2 ; 1 ; 0 ; –1 là nghiệm.

b) Các số 10 ; 9 ; – 3 ; – 4 ; – 5 ; –6 ; – 7 ; – 8 ; – 9 ; – 10 là nghiệm.

38. a) Có thể chọn 4 ; 4,2 và 0 (chỉ cần chọn ba số bất kì nhỏ hơn số 5 là được).

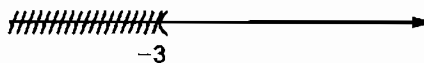
b) Có thể chọn –3 ; –2 ; 0.

39. a) $\{x \mid x < 2\}$ (h. 4).



Hình 4

b) $\{x \mid x > -3\}$ (h. 5).



Hình 5

Bài tập bổ sung

3.1. Chọn (A).

3.2. Chọn (C).

3.3. Gọi x (tính bằng triệu đồng) là số tiền gửi vào ngân hàng, ta có bất phương trình

$$x.0,8\% \geq 2.$$

§4. Bất phương trình bậc nhất một ẩn

40. a) *Giải :*

Ta có : $x - 2 > 4$

$\Leftrightarrow \quad x > 4 + 2$

$\Leftrightarrow \quad x > 6.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là :

$$\{x \mid x > 6\}$$

hay nghiệm của bất phương trình là $x > 6$.

b) $\{x \mid x < 2\}$.

c) $\{x \mid x < -4\}$.

d) $\{x \mid x > -9\}$.

41. a) *Giải :*

$$3x < 2x + 5$$

$\Leftrightarrow \quad 3x - 2x < 5$

$\Leftrightarrow \quad x < 5.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là

$$\{x \mid x < 5\}$$

hay nghiệm của bất phương trình là $x < 5$.

b) $\{x \mid x < 3\}$.

c) $\{x \mid x > 3\}$.

d) $\{x \mid x > 8\}$.

42. a) *Giải :*

$$\frac{1}{2}x > 3$$

$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}x.2 > 3.2$

$\Leftrightarrow \quad x > 6.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là

$$\{x \mid x > 6\}$$

hay nghiệm của bất phương trình là : $x > 6$.

b) $\{x \mid x > 6\}$.

c) $\{x \mid x > -6\}$.

d) $\{x \mid x < -10\}$.

43. Nghiệm của các bất phương trình là

a) $x < 6$; b) $x < 3$; c) $x > 40$; d) $x > -40$.

44. a) Nhân hai vế của bất phương trình $2x < 3$ với số 1,5.

b) Cộng hai vế của bất phương trình $x - 5 < 12$ với số 10.

c) Nhân hai vế của bất phương trình $-3x < 9$ với số -2 (và đổi chiều).

45. Hình vẽ đã cho biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $x \leq 8$ hoặc bất phương trình tương đương với nó.

Cả hai bạn đều trả lời đúng vì

$2x \leq 16 \Leftrightarrow x \leq 8$. Vậy có thể nói ý của An đúng.

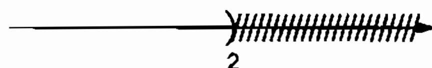
$x + 2 \leq 10 \Leftrightarrow x \leq 8$. Vậy có thể nói ý của Bình cũng đúng.

46. a) *Giải :*

$$2x - 4 < 0$$
$$\Leftrightarrow \quad 2x < 4$$
$$\Leftrightarrow \quad x < 2.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < 2$.

Ta biểu diễn được tập nghiệm như sau (h. 6) :



Hình 6

b) Nghiệm của bất phương trình là $x > -3$.

c) Nghiệm của bất phương trình là $x > 3$.

d) Nghiệm của bất phương trình là $x < 4$.

Các câu b), c), d) bạn đọc tự biểu diễn nghiệm trên trục số.

47. Nghiệm của các bất phương trình là

a) $x > 2$; b) $x < 3$; c) $x > -3$; d) $x < 5$.

48. Nghiệm của các bất phương trình là

a) $x < -6$; b) $x > -3$; c) $x > \frac{1}{2}$; d) $x > \frac{10}{3}$.

49. a) Nên đưa về bất phương trình có hệ số nguyên (nhân hai vế của bất phương trình với 10)

$$70x - 22 < 6.$$

Giải ra có nghiệm của bất phương trình là $x < 0,4$.

b) Nghiệm của bất phương trình là $x > 0,2$.

50. a) Nên tìm theo các bước :

– Từ hình vẽ ta có bất phương trình $x \geq 4$.

– Ta chọn bất phương trình bậc nhất tương đương với bất phương trình $x \geq 4$.

– Vậy có thể chọn $x - 4 \geq 0$ hay $2x - 8 \geq 0$ hay tương tự.

b) $x - 5 < 0$.

51. Nghiệm của các bất phương trình là :

a) $x > 3$; b) $x < 2,5$; c) $x < -5,5$; d) $x > 0,25$.

52. Nghiệm của các bất phương trình là :

a) $x > 0,2$; b) $x > 1$; c) $x > 0$; d) $x < 0$.

53. Với các giá trị của x thoả mãn :

a) $x < 0,75$; b) $x > -1$.

54. Ta có $5 - 3x < (4 + 2x) - 1 \Leftrightarrow x > \frac{2}{5}$.

Vậy chỉ có số $\frac{2}{3}$ là nghiệm.

55. Có thể nói quy tắc chuyển vế phương trình, được chuyển tương tự thành quy tắc chuyển vế của bất phương trình. Nhưng quy tắc nhân hai vế của phương trình với cùng một số khác 0 thì không thể chuyển tương tự thành quy tắc nhân hai vế của bất phương trình với cùng một số khác 0. Đối với bất phương trình khi nhân ta phải phân biệt là nhân với số âm hay với số dương.

56. Viết lại vế phải, ta có bất phương trình $2x + 1 > 2x + 2$.

Ta thấy ở bất phương trình đó, khi thay bất kì giá trị nào của x vào bất phương trình ta được bất đẳng thức có vế trái luôn nhỏ hơn vế phải 1 đơn vị. Vậy bất phương trình vô nghiệm.

57. Viết lại vế phải, ta được bất phương trình : $5 + 5x < 5x + 10$.

Có thể thấy, khi thay giá trị bất kì của ẩn vào bất phương trình này ta được bất đẳng thức có vế trái luôn nhỏ hơn vế phải (nhỏ hơn 5 đơn vị). Vậy bất phương trình nhận bất kì giá trị nào của ẩn x làm nghiệm. Nói cách khác, tập nghiệm của bất phương trình đó là tập số thực.

58. Ta biết giữa hai số a và b có thể có ba khả năng :

* $a > b \Leftrightarrow a - b > 0$

* $a < b \Leftrightarrow a - b < 0$

* $a = b \Leftrightarrow a - b = 0$.

a) Theo giả thiết :

$$x < 5 \Leftrightarrow (a - b).x < 5.(a - b).$$

Vì bất phương trình $x < 5$ và bất phương trình $(a - b).x < 5.(a - b)$ cùng chiều nên $a - b > 0$ hay $a > b$.

Vậy $a > b$.

b) Tương tự : Vì bất phương trình $x < 5$ và bất phương trình $(a - b).x > 5.(a - b)$ ngược chiều nên $a - b < 0$ hay $a < b$.

59. a) $5,2 + 0,3x < -0,5 \Leftrightarrow x < -19$.

Vậy số nguyên lớn nhất cần tìm là -20.

b) Số 26.

60. a) $0,2x + 3,2 > 1,5 \Leftrightarrow x > -8,5$.

Vậy số nguyên bé nhất cần tìm là -8.

b) Số -2.

61. a) *Giải :*

Ta có : $x - 3 = 2m + 4$

$\Leftrightarrow x = 2m + 7$.

Do đó phương trình có nghiệm dương khi

$$2m + 7 > 0.$$

Vì $2m + 7 > 0 \Leftrightarrow 2m > -7 \Leftrightarrow m > -3,5$ nên phương trình có nghiệm x dương khi $m > -3,5$.

b) Có nghiệm âm khi $m < -13$.

62. a) Đưa về $x^2 > 0$. Vậy tập nghiệm là $\{x \mid x \neq 0\}$.

b) Đưa về $0 > 2$. Bất phương trình vô nghiệm.

63. a) $x < 15$; b) $x < -115$.

64. a) Đưa về $n < 4,2$. Vậy số tự nhiên n phải tìm là 0 ; 1 ; 2 ; 3 và 4.

b) Số tự nhiên là 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 và 6.

Bài tập bổ sung

4.1. Chọn (D).

4.2. Chọn (B).

4.3. a) $x - 2 = 3m + 4 \Leftrightarrow x = 3m + 6$.

Phương trình $x - 2 = 3m + 4$ có nghiệm lớn hơn 3 khi và chỉ khi $3m + 6 > 3$.

Giải $3m + 6 > 3$ có $m > -1$.

Vậy, với $m > -1$ thì phương trình ẩn x là $x - 2 = 3m + 4$ có nghiệm lớn hơn 3.

b) Với $m > 12$ thì phương trình ẩn x là $3 - 2x = m - 5$ có nghiệm nhỏ hơn -2.

4.4. a) Giải bất phương trình $2x + 1 > 3$ ta tìm được tập nghiệm là $x > 1$.

Ta kiểm tra được $x = -2$ là nghiệm của bất phương trình $|x| > 1$ nhưng không là nghiệm của $2x + 1 > 3$ (không thuộc tập nghiệm $x > 1$).

Vậy hai bất phương trình $2x + 1 > 3$ và $|x| > 1$ không tương đương.

b) Kiểm tra được giá trị $x = -4$ là nghiệm của $3x - 9 < 0$ nhưng không là nghiệm của $x^2 < 9$.

§5. Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

65. a) $x = 1,2$; b) $x = -0,8$;

c) Vô nghiệm ; d) $x = 5$; $x = -1,25$.

66. a) $x = 9$; b) $x = -0,25$; c) $x = -3$; d) $x = 1$.

67. a) *Cách 1*. Đưa về $|5x| = 3x + 2$.

Khi đó ta xét hai trường hợp :

* Khi $5x \geq 0$ hay $x \geq 0$, ta giải phương trình

$$5x = 3x + 2.$$

* Khi $5x < 0$ hay $x < 0$, ta giải phương trình

$$-5x = 3x + 2.$$

Giải từng phương trình và tổng hợp kết quả ta có tập nghiệm là $\{1 ; -0,25\}$.

Cách 2. Xét hai trường hợp :

- Khi $5x \geq 0$, hay $x \geq 0$, giải phương trình $5x - 3x - 2 = 0$.
- Khi $5x < 0$, hay $x < 0$, giải phương trình $-5x - 3x - 2 = 0$.

Từ đó cũng có được kết quả như cách 1.

b) Đưa về $|-2x| = 4x + 3$. Nghiệm là $x = -0,5$.

c) Đưa về $|3 - x| = 4x$. Nghiệm là $x = 0,6$.

d) Đưa về $|x + 21| = 2x + 12$. Nghiệm là $x = 9$.

68. a) $x = 2, x = 8$;

b) $x = -5, x = -7$.

c) *Cách 1* (đã có ở lớp 7)

Đưa về giải hai phương trình

$$2x - 5 = 4$$

$$2x - 5 = -4.$$

Cách 2 (phát triển cách giải ở sách giáo khoa)

Đưa về giải hai phương trình :

- $2x - 5 = 4$ (khi $x \geq \frac{5}{2}$),
- $-(2x - 5) = 4$ (khi $x < \frac{5}{2}$).

ĐS : $x = 4,5$; $x = 0,5$.

d) $x = \frac{1}{7}$; $x = \frac{5}{7}$.

69. a) Phát triển cách giải ở sách giáo khoa, ta đưa về giải hai phương trình

- $3x - 2 = 2x$ (khi $x \geq \frac{2}{3}$),
- $2 - 3x = 2x$ (khi $x < \frac{2}{3}$).

ĐS : $x = 2$ và $x = \frac{2}{5}$.

b) $x = -\frac{2}{3}$.

c) $x = 8$; $x = -18$; d) Vô nghiệm.

70. Theo định nghĩa giá trị tuyệt đối, ta có :

$$|a| = \begin{cases} a \text{ nếu } a \geq 0 \\ -a \text{ nếu } a < 0. \end{cases}$$

a) *Cách 1.* Xét phương trình $|2x - 3| = 2x - 3$, ta thấy nghiệm chỉ là các số x sao cho $2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1,5$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{x \mid x \geq 1,5\}$.

Cách 2. Đưa về giải hai phương trình :

• $2x - 3 = 2x - 3$ với điều kiện $2x - 3 \geq 0$ hay $x \geq 1,5$, (1)

• $-2x + 3 = 2x - 3$ với điều kiện $2x - 3 < 0$ hay $x < 1,5$. (2)

Phương trình (1) nhận mọi giá trị của x làm nghiệm. Ta chỉ lấy các nghiệm thoả mãn điều kiện $x \geq 1,5$ nên tập nghiệm của nó là $\{x \mid x \geq 1,5\}$.

Phương trình (2) có nghiệm là $x = 1,5$, nghiệm này không thoả mãn điều kiện $x < 1,5$, ta loại.

Tổng hợp nghiệm của cả hai phương trình trên, ta có nghiệm của phương trình ban đầu là $\{x \mid x \geq 1,5\}$.

b) Tập nghiệm của phương trình là $\{x \mid x \leq 0,8\}$.

Bài tập bổ sung

5.1. Chọn (D).

5.2. Chọn (B).

5.3. *Cách 1 :* Ta đưa về giải hai phương trình

$$2x - 4 = 6 \quad \text{và} \quad 2x - 4 = -6.$$

Kết quả : Tìm được $x = 5$ và $x = -1$.

Cách 2 : Ta có

$|2x - 4| = 2x - 4$ khi $2x - 4 \geq 0$

và $|2x - 4| = -(2x - 4)$ khi $2x - 4 < 0$.

Ta có $2x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$

và $2x - 4 < 0 \Leftrightarrow 2x < 4 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy, ta đưa về bài toán tìm x sao cho

$2x - 4 = 6$ khi $x \geq 2$

và $-(2x - 4) = 6$ khi $x < 0$.

Do $2x - 4 = 6 \Leftrightarrow x = 5$ mà 5 thoả mãn $x \geq 2$ nên chọn nghiệm $x = 5$.

Do $-(2x - 4) = 6 \Leftrightarrow -2x + 4 = 6$

$\Leftrightarrow -2x = 2 \Leftrightarrow x = -1$.

Ta thấy $x = -1$ thoả mãn $x < 2$ nên chọn nghiệm $x = -1$.

Vậy tìm được $x = 5$ và $x = -1$ thì có

$$|2x - 4| = 6.$$

Ôn tập chương IV

71. Ta có nhiều kết quả.

Ví dụ : Sau khi chọn hai bất đẳng thức $a < b$ và $c < 0$, có thể có hai cách chọn bất đẳng thức thứ ba như sau mà vẫn thích hợp :

Nếu $a < b$ và $c < 0$ thì $ac > bc$

Nếu $a < b$ và $c < 0$ thì $a + c < b + c$.

72. Thực hiện các so sánh

a) $3a$ và $3b$; $3a + 5$ và $3b + 5$; $3b + 5$ và $3b + 2$ từ đó rút ra điều cần chứng minh.

b) $-4a$ và $-4b$; $-4a + 2$ và $-4b + 2$; $-4b + 2$ và $-4b + 3$ từ đó rút ra điều cần chứng minh.

73. a) Có thể chọn 2,991 ; 2,992 và 2,993.

b) Có thể chọn 4,009 ; 4,008 và 4,007.

74. Nghiệm của các bất phương trình là

a) $x < 1{,}5$; b) $x \leq -2$.

75. Nghiệm của các bất phương trình là

a) $x < -2$; b) $x > -10{,}5$.

76. Gọi độ dài đoạn đường mà người đó đã đi với vận tốc 5km/h là x ($x \geq 0$, tính theo km). Thế thì :

– Thời gian đi quãng đường với vận tốc 5km/h là : $\frac{x}{5}$.

– Thời gian đi quãng đường với vận tốc 4km/h là : $\frac{18-x}{4}$.

– Thời gian đi hết quãng đường 18km là : $\frac{x}{5} + \frac{18-x}{4}$.

Vì thời gian đi hết quãng đường 18km không nhiều hơn 4 giờ nên ta có :

$$\frac{x}{5} + \frac{18-x}{4} \leq 4.$$

Giải ra ta có $x \geq 10$.

Vậy đoạn đường đi với vận tốc 5km/h phải dài ít nhất 10km (và nhiều nhất là 18km).

77. a) $x = 2$; b) $x = -1$; $x = 2{,}5$;

c) $x = 8$; d) Vô nghiệm.

78. Gọi độ dài ba cạnh tam giác là a ; b và c. Theo bài ra phải chứng minh :

$$a < (a + b + c) : 2 ;$$
$$b < (a + b + c) : 2 ;$$
$$c < (a + b + c) : 2.$$

Xuất phát từ bất đẳng thức $a < b + c$ (tổng hai cạnh luôn lớn hơn cạnh còn lại), ta cộng số a vào hai vế của bất đẳng thức, sẽ có bất đẳng thức $2a < a + b + c$. Từ đó, chia cả hai vế của bất đẳng thức mới nhận được cho 2 sẽ được kết quả.

Tương tự, chứng minh được các bất đẳng thức còn lại.

79. a) Xuất phát từ bất đẳng thức $(m-1)^2 \geq 0$, cộng vào hai vế của bất đẳng thức số 4m.

b) Xuất phát từ các bất đẳng thức $(m-1)^2 \geq 0$ và $(n-1)^2 \geq 0$.

80. Viết lại $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \geq 4$ ở dạng $2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 4$.

Dùng kết quả bài 29.

81. Gọi một cạnh hình chữ nhật là a ($a \geq 0$) thì cạnh kia sẽ là $20 - a$.

Theo bài ra phải chứng minh

$$10.10 \geq a.(20 - a).$$

Xuất phát từ bất đẳng thức $(10 - a)^2 \geq 0$, ta sẽ suy ra được bất đẳng thức cần phải chứng minh.

82. a) $x > -12$; b) $x > 2$.

83. a) $x > 5$; b) $x > 3{,}2$.

84. a) $x \leq 4$; b) $x \geq 11$.

85. a) Mọi $x \neq 0$ đều là nghiệm.

b) Có hai trường hợp :

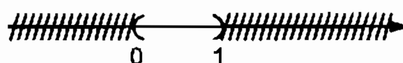
Trường hợp I : $x - 1 > 0$ và $x < 0$.

Trường hợp II : $x - 1 < 0$ và $x > 0$.

Trường hợp I không thể xảy ra (vì $x - 1 > 0$ thì $x > 1$, do vậy không thể có $x < 0$).

Trường hợp II xảy ra với x mà $x > 0$ và $x < 1$. Tập hợp các giá trị của x trong trường hợp này là $\{x \mid 0 < x < 1\}$.

Tập hợp tất cả các giá trị của x trong cả hai trường hợp là $\{x \mid 0 < x < 1\}$. Tập hợp này biểu diễn trên trục số như hình sau (h. 7).



Hình 7

86. a) Mọi số khác số 0 đều thoả mãn.

b) Có hai trường hợp :

Trường hợp I : $x - 2 > 0$ và $x - 5 > 0$, có kết quả là $x > 5$.

Trường hợp II : $x - 2 < 0$ và $x - 5 < 0$, có kết quả là $x < 2$.

Tổng hợp cả hai trường hợp, ta có tập hợp các số x cần tìm là tập hợp các số nhỏ hơn 2 hoặc lớn hơn 5.

Người ta viết tập hợp này là $\{x \mid x < 2$ hoặc $x > 5\}$ và biểu diễn trên trục số như hình sau (h. 8) :



Hình 8

87. a) Xét hai trường hợp :

Trường hợp I : $x - 2 > 0$ và $x - 3 > 0$.

Trường hợp II : $x - 2 < 0$ và $x - 3 < 0$.

Tổng hợp cả hai trường hợp sẽ có kết quả $x < 2$ hoặc $x > 3$.

b) Xét hai trường hợp :

Trường hợp I : $x + 2 > 0$ và $x - 5 < 0$.

Trường hợp II : $x + 2 < 0$ và $x - 5 > 0$.

Trường hợp II không có giá trị nào của x thoả mãn.

Kết quả của trường hợp I cũng là kết quả chung : các giá trị x thoả mãn là $-2 < x < 5$.

88. *a) Cách 1.* (Phát triển cách giải ở sách giáo khoa)

Ta đưa về giải hai phương trình

$$2x + 3 = 2x + 2 \text{ (khi } 2x + 3 \geq 0),$$

$$-(2x + 3) = 2x + 2 \text{ (khi } 2x + 3 < 0).$$

Cả hai phương trình này đều vô nghiệm.

Cách 2. Nhận xét $2x + 3 = (2x + 2) + 1$. Vì nghiệm phải thoả mãn điều kiện $2x + 2 \geq 0$ để giá trị tuyệt đối ở vế trái không âm, nên suy ra $2x + 3 > 0$. Do đó, theo định nghĩa giá trị tuyệt đối ta có $|2x + 3| = 2x + 3$. Vậy phương trình ban đầu đưa về dạng $2x + 3 = 2x + 2$. Phương trình này vô nghiệm.

b) Cách 1. (Phát triển cách giải ở sách giáo khoa)

Ta đưa về giải hai phương trình

$$5x - 3 = 5x - 5 \text{ (khi } 5x - 3 \geq 0),$$

$$-(5x - 3) = 5x - 5 \text{ (khi } 5x - 3 < 0).$$

Cả hai phương trình này đều vô nghiệm.

Cách 2. Với điều kiện nghiệm, đưa về $5x - 3 = 5x - 5$.

Phương trình này vô nghiệm.

Bài tập bổ sung

IV.1. a) Ta biến đổi :

$$\frac{2x-1}{x+3} > 1 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{x+3} - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-1-(x+3)}{x+3} > 0 \Leftrightarrow \frac{x-4}{x+3} > 0.$$

Ta xét hai trường hợp :

1) $x - 4 > 0$ và $x + 3 > 0$.

2) $x - 4 < 0$ và $x + 3 < 0$.

Với trường hợp 1), ta xác định được $x > 4$.

Với trường hợp 2), ta xác định được $x < -3$.

Vậy, với $x > 4$ hoặc $x < -3$ thì

$$\frac{2x-1}{x+3} > 1.$$

b) Ta biến đổi

$$\frac{2x-1}{x-2} < 3 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{x-2} - 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-1-3(x-2)}{x-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{-x+5}{x-2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-5}{x-2} > 0.$$

Chia hai trường hợp tương tự như câu a) ta xác định được $x > 5$ và $x < 2$.

PHẦN HÌNH HỌC

Chương III

TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

ĐỀ BÀI

§1. Định lí Ta-lét trong tam giác

1. Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng sau :

a) AB = 125cm, CD = 625cm ;

b) EF = 45cm, E'F' = 13,5dm ;

c) MN = 555cm, M'N' = 999cm ;

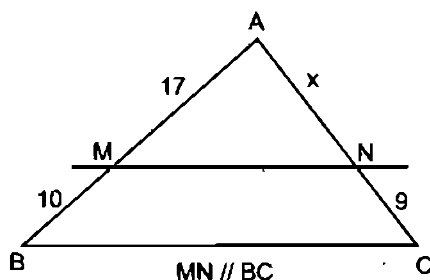
d) PQ = 10101cm, P'Q' = 303,03m.

2. Đoạn thẳng AB gấp năm lần đoạn thẳng CD ; đoạn thẳng A'B' gấp bảy lần đoạn thẳng CD.

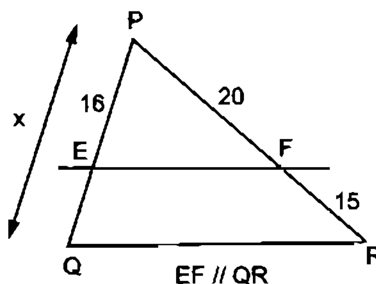
a) Tính tỉ số của hai đoạn thẳng AB và A'B'.

b) Cho biết đoạn thẳng MN = 505cm và đoạn thẳng M'N' = 707cm, hỏi hai đoạn thẳng AB, A'B' có tỉ lệ với hai đoạn thẳng MN và M'N' hay không ?

3. Tính độ dài x của các đoạn thẳng trong hình 1, biết rằng các số trên hình cùng đơn vị đo là cm.



Hình 1



Hình 2

4. Cho hình thang ABCD có AB // CD và AB < CD.

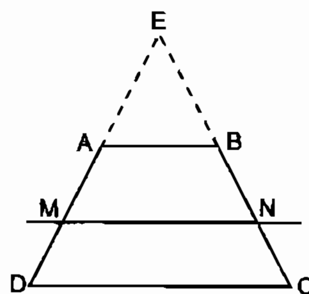
Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự tại M và N.

Chứng minh rằng :

a) $\frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC}$;

b) $\frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC}$;

c) $\frac{MD}{DA} = \frac{NC}{CB}$.



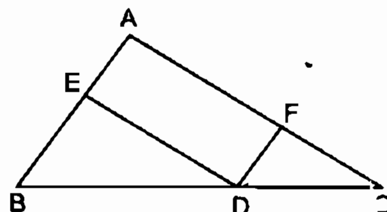
Hình 3

HD : Kéo dài các tia DA, CB cắt nhau tại E (h. 3), áp dụng định lí Ta-lét trong tam giác và tính chất của tỉ lệ thức để chứng minh.

5. Cho tam giác ABC. Từ điểm D trên cạnh BC, kẻ các đường thẳng song song với các cạnh AB và AC, chúng cắt các cạnh AC và AB theo thứ tự tại F và E (h. 4).

Chứng minh rằng

$$\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = 1.$$



Hình 4

Bài tập bổ sung

1.1. Hai đoạn thẳng AB = 35cm, CD = 105cm tỉ lệ với hai đoạn thẳng A'B' = 75cm và C'D'.

Đoạn thẳng C'D' có độ dài (theo đơn vị cm) là :

(A) 25 ; (B) 49 ; (C) 225 ; (D) 315.

Hãy chọn kết quả đúng

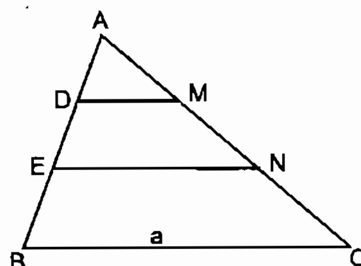
1.2*. Tam giác ABC vuông tại A có đường cao là AD (D ∈ BC). Từ D, kẻ DE vuông góc với AB (E ∈ AB) và DF vuông góc với AC (F ∈ AC).

Hỏi rằng, khi độ dài các cạnh AB, AC thay đổi thì tổng $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC}$ có thay đổi hay không ? Vì sao ?

§2. Định lí đảo và hệ quả của định lí Ta-lét

6. Cho tam giác ABC có cạnh BC = a. Trên cạnh AB lấy các điểm D và E sao cho AD = DE = EB. Từ D, E kẻ các đường thẳng song song với BC, cắt cạnh AC theo thứ tự tại M, N (h. 5).

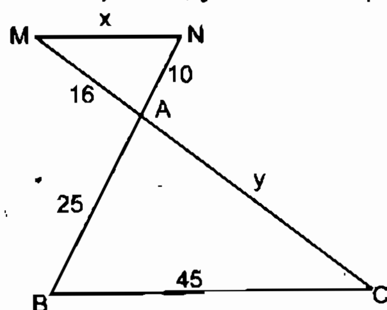
Tính theo a độ dài của các đoạn thẳng DM và EN.



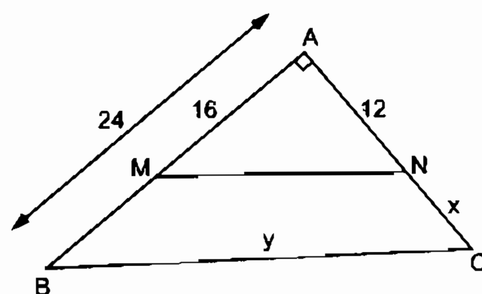
Hình 5

7. Hình 6 cho biết MN // BC, AB = 25cm, BC = 45cm, AM = 16cm, AN = 10cm.

Tính độ dài x, y của các đoạn thẳng MN, AC.



Hình 6

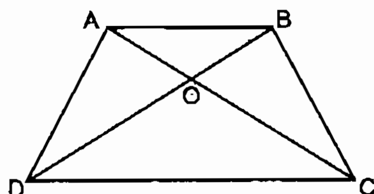


Hình 7

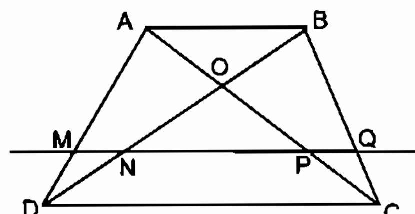
8. Hình 7 cho biết tam giác ABC vuông tại A, MN // BC, AB = 24cm, AM = 16cm, AN = 12cm. Tính độ dài x, y của các đoạn thẳng NC và BC.

9. Hình thang ABCD (AB // CD) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O (h. 8).

Chứng minh rằng : OA.OD = OB.OC.



Hình 8



Hình 9

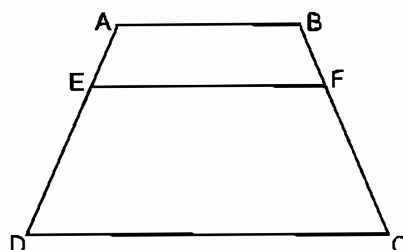
10. Cho hình thang ABCD (AB // CD). Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên và các đường chéo AD, BD, AC và BC theo thứ tự tại các điểm M, N, P, Q (h. 9).

Chứng minh rằng MN = PQ.

11*. Cho hình thang ABCD (AB // CD). Trên cạnh bên AD lấy điểm E sao cho $\frac{AE}{ED} = \frac{p}{q}$. Qua E kẻ đường thẳng song song với các đáy và cắt BC tại F (h. 10).

Chứng minh rằng $EF = \frac{p.CD + q.AB}{p + q}$.

HD : Kẻ thêm đường chéo AC, cắt EF ở I, rồi áp dụng hệ quả của định lí Ta-lét vào các tam giác ADC và CAB.

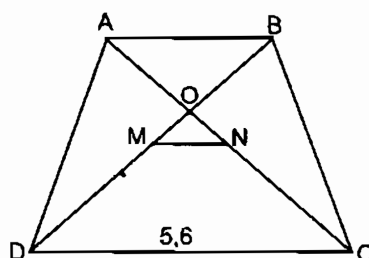


Hình 10

12. Hình thang cân ABCD (AB // CD) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O (h. 11). Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BD và AC. Cho biết MD = 3MO, đáy lớn CD = 5,6cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN và đáy nhỏ AB.

b) So sánh độ dài đoạn thẳng MN với nửa hiệu các độ dài của CD và AB.

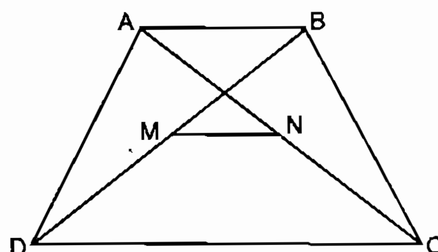


Hình 11

13. Cho hình thang ABCD (AB // CD, AB < CD). Gọi trung điểm của các đường chéo AC, BD thứ tự là N và M (h. 12). Chứng minh rằng :

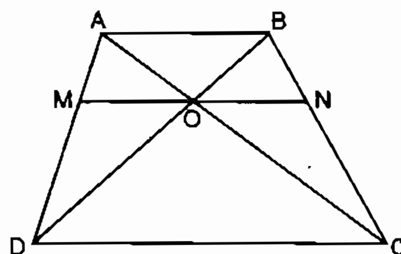
a) MN // AB ;

b) $MN = \frac{CD - AB}{2}$.



Hình 12

14. Hình thang ABCD (AB // CD) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Đường thẳng qua O và song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự tại M, N. Chứng minh rằng OM = ON (h. 13).



Hình 13

15. Cho trước ba đoạn thẳng có độ dài tương ứng là m, n và p. Dựng *đoạn thẳng thứ tư* có độ dài q sao cho $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$.

16. Cho ba đoạn thẳng AB = 3cm, CD = 5cm, EF = 2cm. Dựng *đoạn thẳng thứ tư* có độ dài a sao cho $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{a}$ hay $\frac{3}{5} = \frac{2}{a}$. Tính giá trị của a.

Bài tập bổ sung

2.1. Hình bs.1 cho biết AB // CD, O ∈ MN,

MN = 5cm, OB = 1,5cm, OD = 4,5cm, MB = 1cm.

Hãy chọn kết quả đúng.

1) Độ dài của đoạn thẳng MO (tính theo đơn vị cm) là :

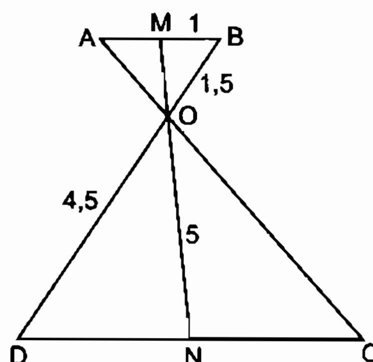
(A) 1,25 ; (B) 2,25 ;

(C) 3,25 ; (D) 4,25.

2) Độ dài của đoạn thẳng NO (tính theo đơn vị cm) là :

(A) 5,75 ; (C) 4,25 ;

(B) 3,75 ; (D) 2,75.



Hình bs.1

2.2. Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại O. Chứng minh rằng

$$OM.OC = ON.OB.$$

2.3. Hình thang ABCD (AB // CD) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Gọi M, K, N, H lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ O xuống các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh rằng :

a) $\frac{OM}{ON} = \frac{AB}{CD}$;

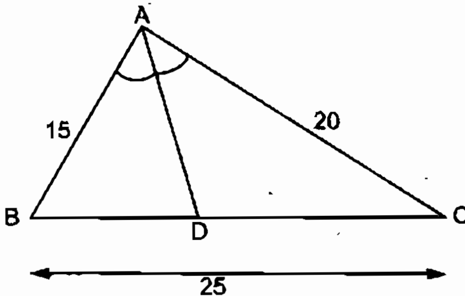
b)* $\frac{OH}{OK} = \frac{BC}{AD}$.

§3. Tính chất đường phân giác của tam giác

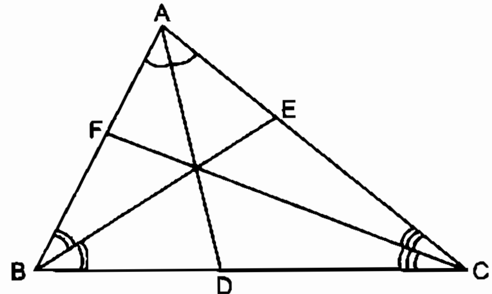
17. Tam giác ABC có AB = 15cm, AC = 20cm, BC = 25cm. Đường phân giác góc BAC cắt cạnh BC tại D (h. 14).

a) Tính độ dài các đoạn thẳng DB và DC.

b) Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABD và ACD.



Hình 14



Hình 15

18. Tam giác ABC có các đường phân giác AD, BE và CF (h. 15).

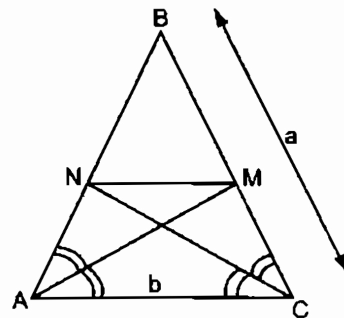
Chứng minh rằng :

$$\frac{DB}{DC}\cdot\frac{EC}{EA}\cdot\frac{FA}{FB} = 1.$$

19. Tam giác cân BAC có BA = BC = a, AC = b. Đường phân giác góc A cắt BC tại M, đường phân giác góc C cắt BA tại N (h. 16).

a) Chứng minh MN // AC.

b) Tính MN theo a, b.

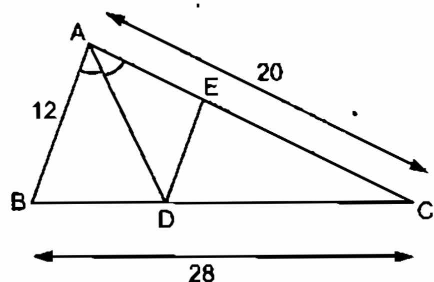


Hình 16

20. Tam giác ABC có AB = 12cm, AC = 20cm, BC = 28cm. Đường phân giác góc A cắt BC tại D. Qua D kẻ DE // AB (E thuộc AC) (h. 17).

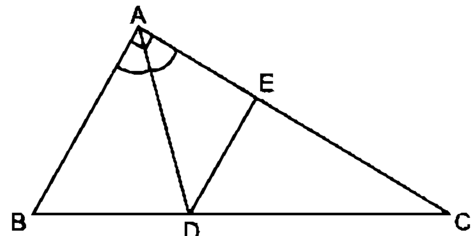
a) Tính độ dài các đoạn thẳng BD, DC và DE.

b) Cho biết diện tích tam giác ABC là S, tính diện tích các tam giác ABD, ADE và DCE.



Hình 17

21. Cho tam giác vuông ABC ($\widehat{A} = 90^o$), AB = 21cm, AC = 28cm ; đường phân giác góc A cắt BC tại D, đường thẳng qua D và song song với AB, cắt AC tại E (h. 18).



Hình 18

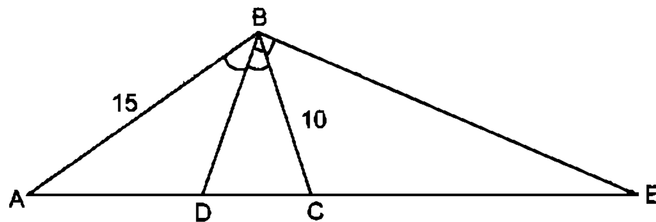
a) Tính độ dài các đoạn thẳng BD, DC và DE.

b) Tính diện tích tam giác ABD và diện tích tam giác ACD.

22. Cho tam giác cân ABC (AB = AC), đường phân giác góc B cắt AC tại D và cho biết AB = 15cm, BC = 10cm. (h. 19).

a) Tính AD, DC.

b) Đường vuông góc với BD tại B cắt đường thẳng AC kéo dài tại E. Tính EC.



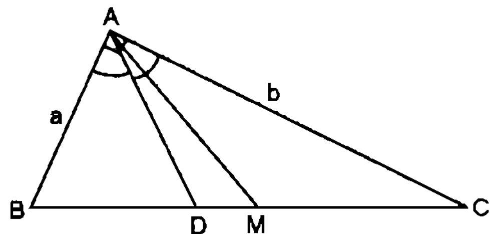
Hình 19

23. Tam giác vuông ABC có $\widehat{A} = 90^o$, AB = 12cm, AC = 16cm ; đường phân giác góc A cắt BC tại D.

a) Tính BC, BD và CD.

b) Vẽ đường cao AH, tính AH, HD và AD.

24. Tam giác vuông ABC có $\widehat{A} = 90^o$, AB = a(cm), AC = b(cm), (a < b), trung tuyến AM, đường phân giác AD (M và D thuộc cạnh BC) (h. 20).



Hình 20

a) Tính độ dài các đoạn thẳng BC, BD, DC, AM và DM theo a, b.

b) Hãy tính các đoạn thẳng trên đây chính xác đến chữ số thập phân thứ hai khi biết a = 4,15cm, b = 7,25cm.

Bài tập bổ sung

3.1. Tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác AD. Biết rằng độ dài của các cạnh góc vuông AB = 3,75cm, AC = 4,5cm (h. bs.2).

Hãy chọn kết quả đúng (tính chính xác đến hai chữ số thập phân).

1) Độ dài của đoạn thẳng BD là :

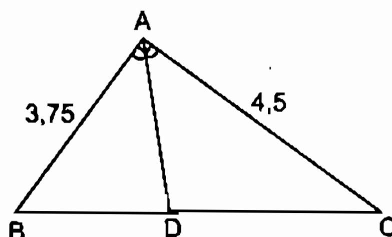
(A) 18,58 ; (B) 2,66 ;

(C) 2,65 ; (D) 3,25.

2) Độ dài của đoạn thẳng CD là :

(A) 27,13 ; (B) 2,68 ;

(C) 3,20 ; (D) 3,15.

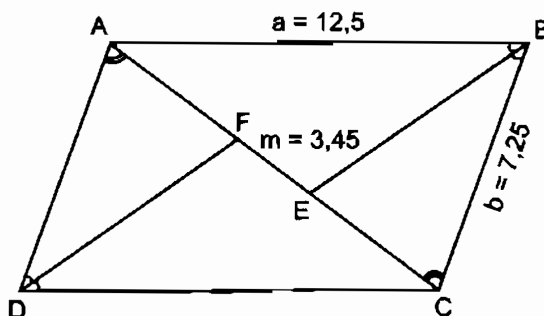


Hình bs.2

3.2. Hình bình hành ABCD có độ dài cạnh AB = a = 12,5cm, BC = b = 7,25cm. Đường phân giác của góc B cắt đường chéo AC tại E, đường phân giác của góc D cắt đường chéo AC tại F (h. bs.3).

Hãy tính độ dài đường chéo AC, biết EF = m = 3,45cm.

(Tính chính xác đến hai chữ số thập phân).



Hình bs.3

§4. Khái niệm hai tam giác đồng dạng

25. Cho hai tam giác A'B'C' và ABC đồng dạng với nhau theo tỉ số k. Chứng minh rằng tỉ số chu vi của hai tam giác cũng bằng k.

26. Tam giác ABC có AB = 3cm, BC = 5cm và CA = 7cm.

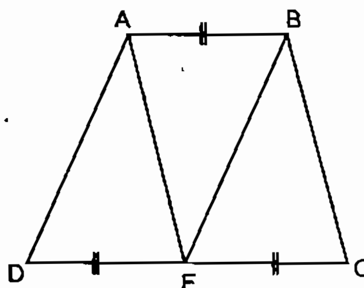
Tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC có cạnh nhỏ nhất là 4,5cm. Tính các cạnh còn lại của tam giác A'B'C'.

27. Cho tam giác ABC có AB = 16,2cm, BC = 24,3cm ; AC = 32,7cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác A'B'C', biết rằng tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC và :

a) A'B' lớn hơn cạnh AB là 10,8cm ;

b) A'B' bé hơn cạnh AB là 5,4cm.

28. Hình thang ABCD (AB // CD) có CD = 2AB. Gọi E là trung điểm của DC (h. 21). Chứng minh rằng ba tam giác ADE, ABE và BEC đồng dạng với nhau từng đôi một. (Chú ý viết các đỉnh của hai tam giác đồng dạng theo thứ tự tương ứng với nhau).



Hình 21

Bài tập bổ sung

4.1. Tam giác ABC có tổng độ dài hai cạnh AB + AC = 10,75cm và đồng dạng với tam giác A'B'C' có độ dài các cạnh A'B' = 8,5cm, A'C' = 7,35cm, B'C' = 6,25cm.

Tính chính xác đến hai chữ số thập phân, chu vi của tam giác ABC là :

(A) 45,36 ; (B) 14,46 ; (C) 14,98 ; (D) 14,50.

Hãy chọn kết quả đúng

§5. Trường hợp đồng dạng thứ nhất (c.c.c)

29. Hai tam giác mà các cạnh có độ dài như sau có đồng dạng không ?

a) 4cm, 5cm, 6cm và 8mm, 10mm, 12mm ;

b) 3cm, 4cm, 6cm và 9cm, 15cm, 18cm ;

c) 1dm, 2dm, 2dm và 1dm, 1dm, 0,5dm.

30. Tam giác vuông ABC ($\widehat{A} = 90^o$) có AB = 6cm, AC = 8cm và tam giác vuông A'B'C' ($\widehat{A'} = 90^o$) có A'B' = 9cm, B'C' = 15cm.

Hỏi rằng hai tam giác vuông ABC và A'B'C' có đồng dạng với nhau không ? Vì sao ?

31. Tam giác ABC có ba đường trung tuyến cắt nhau tại O. Gọi P, Q, R thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng OA, OB, OC.

Chứng minh rằng tam giác PQR đồng dạng với tam giác ABC.

32. Tam giác ABC có ba góc nhọn và có trực tâm là điểm H. Gọi K, M, N thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BH, CH. Chứng minh rằng tam giác KMN đồng dạng với tam giác ABC với tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{2}$.

33. Cho tam giác ABC và một điểm O nằm trong tam giác đó. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng OA, OB, OC.

a) Chứng minh rằng tam giác PQR đồng dạng với tam giác ABC.

b) Tính chu vi của tam giác PQR, biết rằng tam giác ABC có chu vi p bằng 543cm.

34. Cho trước tam giác ABC. Hãy dựng một tam giác đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $k = \frac{2}{3}$.

Bài tập bổ sung

5.1. Hai tam giác mà các cạnh có độ dài sau đây thì đồng dạng với nhau. Trường hợp nào đúng ? Trường hợp nào sai ? Hãy đánh dấu gạch chéo vào ô trả lời thích hợp ở bảng sau :

Trường hợp	Đúng	Sai
a) 1,5cm, 2cm, 3cm và 4,5cm, 6cm, 9cm.		
b) 2,5cm, 4cm, 5cm và 5cm, 12cm, 8cm.		
c) 3,5cm, 6cm, 7cm và 15cm, 12cm, 7cm.		
d) 2cm, 5cm, 6,5cm và 13cm, 10cm, 4cm.		

5.2. Cho tam giác ba góc nhọn ABC và một điểm O bất kì trong tam giác đó.

Ba điểm D, E, F theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC và CA. Ba điểm M, P, Q theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng OA, OB và OC.

a) Các tam giác DEF và MPQ có đồng dạng với nhau không ? Vì sao ? Tỉ số đồng dạng bằng bao nhiêu ?

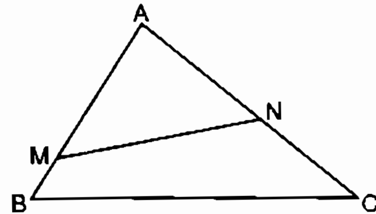
Hãy sắp xếp các đỉnh tương ứng nếu hai tam giác đó đồng dạng.

b) Khi nào thì lục giác DPEQFM có tất cả các cạnh bằng nhau ? Hãy vẽ hình trong trường hợp đó.

§6. Trường hợp đồng dạng thứ hai (c.g.c)

35. Cho tam giác ABC có AB = 12cm, AC = 15cm, BC = 18cm.

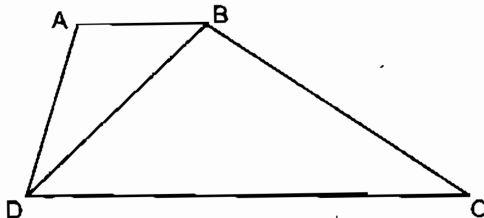
Trên cạnh AB, đặt đoạn thẳng AM = 10cm, trên cạnh AC đặt đoạn thẳng AN = 8cm (h. 22). Tính độ dài đoạn thẳng MN.



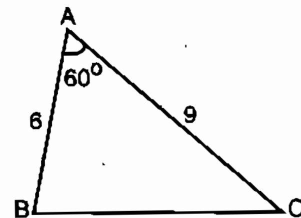
Hình 22

36. Hình thang ABCD (AB // CD) có AB = 4cm, CD = 16cm và BD = 8cm (h. 23).

Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{DBC}$ và BC = 2AD.



Hình 23



Hình 24

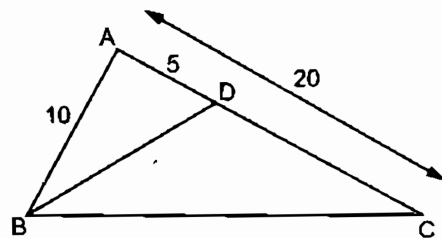
37. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ$, AB = 6cm, AC = 9cm (h. 24).

a) Dựng tam giác đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{3}$.

b) Hãy nêu một vài cách dựng khác và vẽ hình trong từng trường hợp cụ thể.

38. Cho tam giác ABC có AB = 10cm, AC = 20cm. Trên cạnh AC, đặt đoạn thẳng AD = 5cm (h. 25).

Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$.



Hình 25

Bài tập bổ sung

6.1. Hình bs.4 cho biết Oz là phân giác của góc xOy, OA = 9cm, OB = 12cm, OC = 16cm, AB = 6cm.

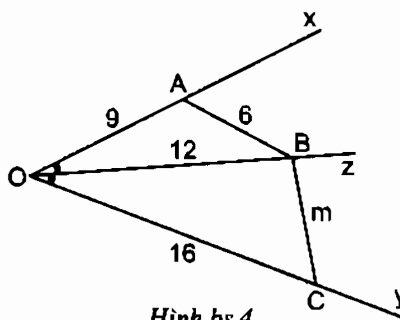
Độ dài của đoạn thẳng BC là m bằng :

(A) 7,5cm ;

(B) 8cm ;

(C) 8,5cm ;

(C) 9cm.



Hình bs.4

Hãy chọn kết quả đúng.

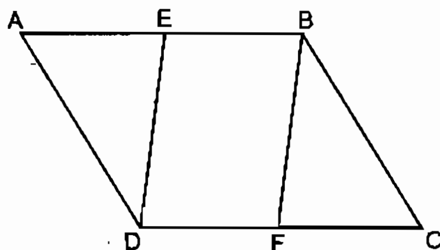
6.2*. Hình bình hành ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O và AC = 2.AB.

a) Vẽ trung tuyến BE của tam giác ABO. Chứng minh rằng $\widehat{ABE} = \widehat{ACB}$.

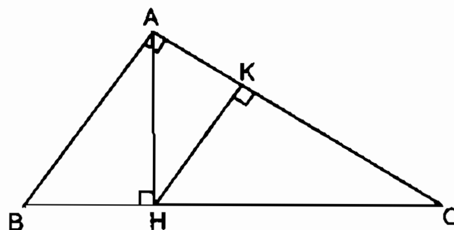
b) Gọi M là trung điểm của cạnh BC, chứng minh rằng EM vuông góc với đường chéo BD.

§7. Trường hợp đồng dạng thứ ba (g.g)

39. Cho hình bình hành ABCD. Gọi E là trung điểm của AB, F là trung điểm của CD (h. 26). Chứng minh hai tam giác ADE và CBF đồng dạng với nhau.



Hình 26



Hình 27

40. Tam giác vuông ABC có $\widehat{A} = 90^{o}$ và đường cao AH. Từ điểm H hạ đường HK vuông góc với AC (h. 27).

a) Hỏi trong hình đã cho có bao nhiêu tam giác đồng dạng với nhau ?

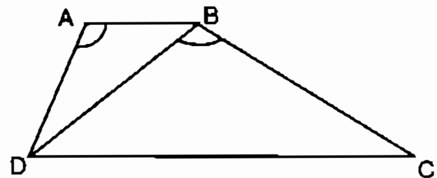
b) Hãy viết các cặp tam giác đồng dạng với nhau theo thứ tự các đỉnh tương ứng và viết tỉ lệ thức giữa các cặp cạnh tương ứng của chúng.

41. Hình thang ABCD (AB // CD) có AB = 2,5cm, AD = 3,5cm, BD = 5cm và $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$ (h. 28).

a) Chứng minh $\Delta ADB \backsim \Delta BCD$.

b) Tính độ dài các cạnh BC, CD.

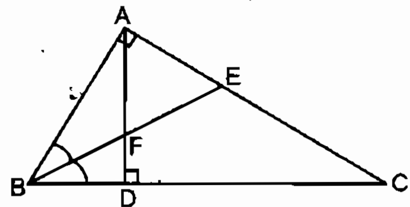
c) Sau khi tính, hãy vẽ lại hình chính xác bằng thước và compa.



Hình 28

42. Cho tam giác vuông ABC ($\widehat{A} = 90^o$). Dựng AD vuông góc với BC (D thuộc BC). Đường phân giác BE cắt AD tại F (h. 29).

Chứng minh $\frac{FD}{FA} = \frac{EA}{EC}$.



Hình 29

43. Chứng minh rằng, nếu hai tam giác ABC và A'B'C' đồng dạng với nhau thì :

a) Tỉ số của hai đường phân giác tương ứng bằng tỉ số đồng dạng.

b) Tỉ số của hai trung tuyến tương ứng bằng tỉ số đồng dạng.

Bài tập bổ sung

7.1. Hình bs.5 cho biết tam giác ABC có hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H.

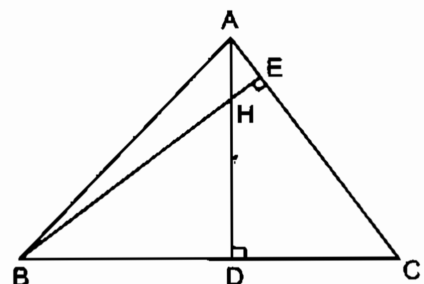
Trong hình bs.5 có số cặp tam giác đồng dạng với nhau là :

(A) 1 cặp ;

(B) 2 cặp ;

(C) 3 cặp ;

(D) 4 cặp.



Hình bs.5

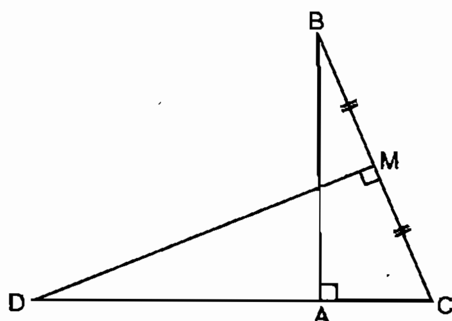
Hãy chọn kết quả đúng.

7.2. Hình thang vuông ABCD (AB // CD) có đường chéo BD vuông góc với cạnh BC tại B và có độ dài BD = m = 7,25cm.

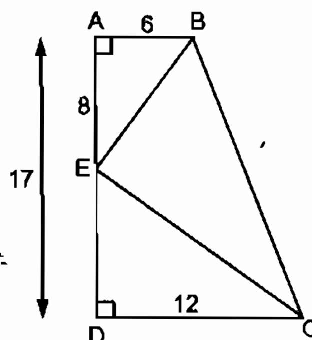
Hãy tính độ dài các cạnh của hình thang, biết rằng BC = n = 10,75cm (Tính chính xác đến hai chữ số thập phân).

§8. Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông

44. Cho tam giác ABC vuông tại A, AC = 9cm, BC = 24cm. Đường trung trực của BC cắt đường thẳng AC tại D, cắt BC tại M (h. 30). Tính độ dài của đoạn thẳng CD.



Hình 30

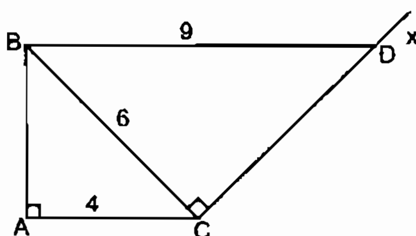


Hình 31

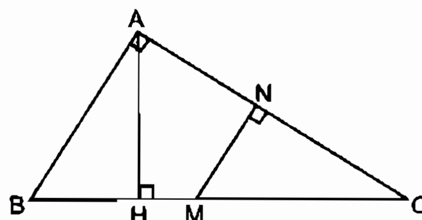
45. Cho hình thang vuông ABCD ($\widehat{A} = \widehat{D} = 90^o$) AB = 6cm, CD = 12cm, AD = 17cm. Trên cạnh AD, đặt đoạn thẳng AE = 8cm (h. 31). Chứng minh góc $\widehat{BEC} = 90^o$.

46. Cho tam giác ABC vuông tại A, AC = 4cm, BC = 6cm. Kẻ tia Cx vuông góc với BC (tia Cx và điểm A khác phía so với đường thẳng BC). Lấy trên tia Cx điểm D sao cho BD = 9cm (h. 32).

Chứng minh rằng BD // AC.



Hình 32

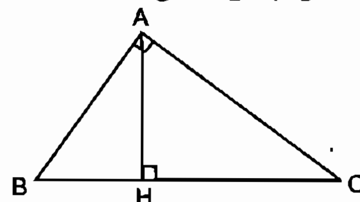


Hình 33

47. Trên hình 33 hãy chỉ ra các tam giác đồng dạng. Viết các cặp tam giác đồng dạng theo thứ tự các đỉnh tương ứng và giải thích vì sao chúng đồng dạng.

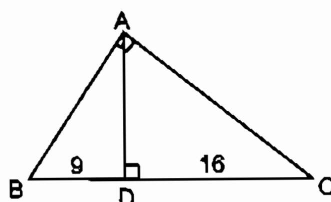
48. Cho tam giác ABC ($\widehat{A} = 90^o$) có đường cao AH (h. 34).

Chứng minh rằng $AH^2 = BH.CH$.



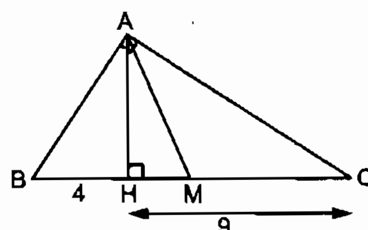
Hình 34

49. Đường cao của một tam giác vuông xuất phát từ đỉnh góc vuông chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài là 9cm và 16cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác vuông đó (h. 35).



Hình 35

50. Tam giác vuông ABC ($\widehat{A} = 90^o$) có đường cao AH và trung tuyến AM (h. 36). Tính diện tích tam giác AMH, biết rằng BH = 4cm, CH = 9cm.



Hình 36

Bài tập bổ sung

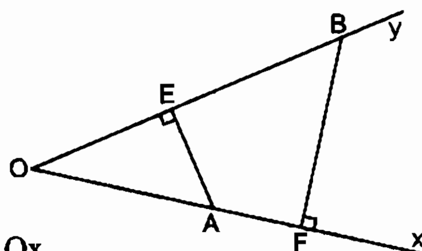
8.1. Cho góc nhọn xOy.

Trên tia Ox lấy một điểm A sao cho OA = 8,65cm.

Trên tia Oy lấy một điểm B sao cho OB = 15,45cm.

Vẽ AE vuông góc với Oy, BF vuông góc với Ox.

Biết độ dài đoạn thẳng BF = 10,25cm.



Hình bs.6

Độ dài của đoạn thẳng AE (lấy chính xác đến hai chữ số thập phân) là :

(A) 13,04 (cm) ; (B) 18,31 (cm) ; (C) 5,74 (cm) ; (D) 5,73 (cm).

Hãy chọn kết quả đúng.

8.2. Tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH = n = 10,85cm và cạnh AB = m = 12,5cm. Hãy tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác (chính xác đến hai chữ số thập phân).

8.3. Cho tam giác ABC vuông tại A, chân H của đường cao AH chia cạnh huyền BC thành hai đoạn có độ dài 4cm và 9cm.

Gọi D và E là hình chiếu của H trên AB và AC.

a) Tính độ dài DE.

b) Các đường thẳng vuông góc với DE tại D và E cắt BC theo thứ tự tại M và N. Chứng minh M là trung điểm của BH, N là trung điểm của CH.

c) Tính diện tích tứ giác DENM.

Ôn tập chương III

51. Cho tam giác ABC.

a) Tìm trên cạnh AB điểm M sao cho $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$; tìm trên cạnh AC điểm N sao cho $\frac{AN}{NC} = \frac{2}{3}$.

b) Vẽ đoạn thẳng MN. Hỏi rằng hai đường thẳng MN và BC có song song với nhau không ? Vì sao ?

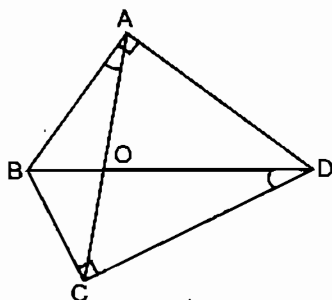
c) Cho biết chu vi và diện tích tam giác ABC thứ tự là P và S. Tính chu vi và diện tích tam giác AMN.

52. Tứ giác ABCD có hai góc vuông tại đỉnh A và C, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O, $\widehat{BAO} = \widehat{BDC}$ (h. 37).

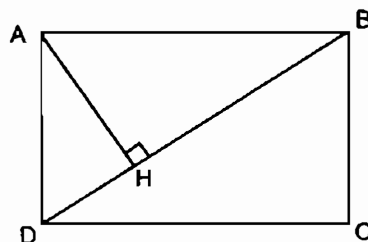
Chứng minh :

a) $\Delta ABO \backsim \Delta DCO$;

b) $\Delta BCO \backsim \Delta ADO$



Hình 37



Hình 38

53. Cho hình chữ nhật ABCD có AB = a = 12cm, BC = b = 9cm. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BD (h.38).

a) Chứng minh $\Delta AHB \backsim \Delta BCD$;

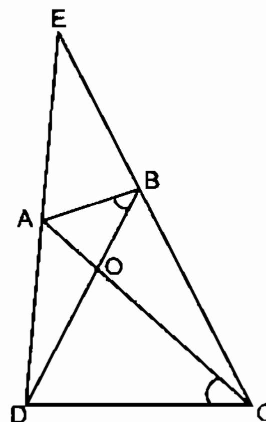
b) Tính độ dài đoạn thẳng AH ;

c) Tính diện tích tam giác AHB.

54. Tứ giác ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O, $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$. Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng AD và BC (h. 39).

Chứng minh rằng :

a) $\Delta AOB \backsim \Delta DOC$;



Hình 39

b) $\Delta AOD \backsim \Delta BOC$;

c) EA.ED = EB.EC.

55. Tam giác ABC có ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H. Chứng minh rằng AH.DH = BH.EH = CH.FH.

56. Hai điểm M và K thứ tự nằm trên cạnh AB và BC của tam giác ABC ; hai đoạn thẳng AK và CM cắt nhau tại điểm P. Biết rằng AP = 2PK và CP = 2PM. Chứng minh rằng AK và CM là các trung tuyến của tam giác ABC.

57. Cho hình bình hành ABCD. Từ A kẻ AM vuông góc với BC, AN vuông góc với CD (M thuộc BC và N thuộc CD). Chứng minh rằng tam giác MAN đồng dạng với tam giác ABC.

58. Giả sử AC là đường chéo lớn của hình bình hành ABCD. Từ C, vẽ đường vuông góc CE với đường thẳng AB, đường vuông góc CF với đường thẳng AD (E, F thuộc phần kéo dài của các cạnh AB và AD). Chứng minh rằng $AB.AE + AD.AF = AC^2$.

59. Tam giác ABC có hai đường cao là AD và BE (D thuộc BC, E thuộc AC). Chứng minh hai tam giác DEC và ABC là hai tam giác đồng dạng.

60. Tam giác ABC có hai trung tuyến AK và CL cắt nhau tại O. Từ một điểm P bất kì trên cạnh AC, vẽ các đường thẳng PE song song với AK, PF song song với CL (E thuộc BC, F thuộc AB). Các trung tuyến AK, CL cắt đoạn thẳng EF theo thứ tự tại M, N.

Chứng minh rằng các đoạn thẳng FM, MN, NE bằng nhau.

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN HOẶC ĐÁP SỐ

§1. Định lí Ta-lét trong tam giác

1. a) $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{1}{5}$.

b) *HD* : Đổi về cùng đơn vị đo cm.

ĐS : $\dfrac{EF}{E'F'} = \dfrac{1}{3}$.

c) $\dfrac{MN}{M'N'} = \dfrac{555}{999} = \dfrac{111 \cdot 5}{111 \cdot 9} = \dfrac{5}{9}$.

d) *HD :* Đổi về cùng đơn vị đo cm :

303,03 m = 30303 cm.

Phân tích : 30303 = 10101 . 3.

ĐS : $\frac{PQ}{P'Q'} = \frac{1}{3}$.

2. a) Lấy CD làm đơn vị đo, ta có AB = 5 (đơn vị), A'B' = 7 (đơn vị), $\frac{AB}{A'B'} = \frac{5}{7}$.

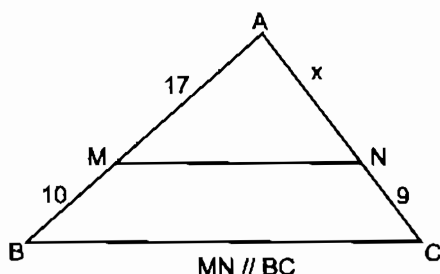
b) $\frac{MN}{M'N'} = \frac{505}{707} = \frac{101.5}{101.7} = \frac{5}{7}$.

Vậy $\frac{AB}{A'B'} = \frac{MN}{M'N'}$.

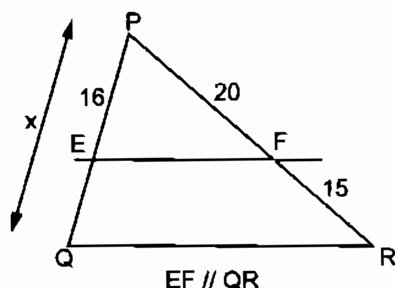
Suy ra AB, A'B' tỉ lệ với MN và M'N'.

3. a) (h. 40). Vì MN // BC ⇒ $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ hay $\frac{17}{10} = \frac{x}{9}$

$$\Rightarrow x = \frac{9.17}{10} = 15,3 \text{ (cm)}.$$



Hình 40



Hình 41

b) (h. 41). Ta có x = PQ.

$$EF // QR \Rightarrow \frac{EP}{PQ} = \frac{PF}{PR} \text{ hay } \frac{16}{x} = \frac{20}{PR}.$$

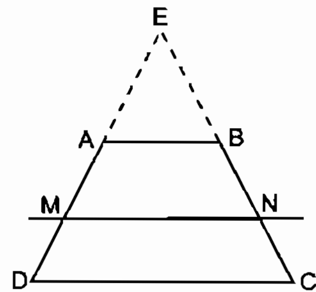
Vì PR = PF + FR = 20 + 15 = 35

suy ra $\frac{16}{x} = \frac{20}{35}$.

Vậy $x = \frac{16.35}{20} = 28$ (cm).

4. (h. 42). a) MN // AB // CD (gt).

Kéo dài DA và CB cắt nhau tại E, áp dụng định lí Ta-lét vào các tam giác EMN và ECD. Ta có :



Hình 42

$$\frac{EA}{MA} = \frac{EB}{NB} \Rightarrow \frac{EA}{EB} = \frac{MA}{NB} \qquad (1)$$

$$\frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{EA}{EB} = \frac{AD}{BC}. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{MA}{NB} = \frac{AD}{BC} \text{ hay } \frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC}. \qquad (3)$$

b) Từ (3) và áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

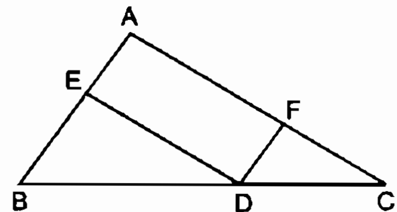
$$\frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC} \Rightarrow \frac{MA}{AD - MA} = \frac{NB}{BC - NB} \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC}. \qquad (4)$$

c) Từ (4), suy ra $\frac{MD}{MA} = \frac{NC}{NB} \Rightarrow \frac{MD}{MA + MD} = \frac{NC}{NB + NC}$ hay

$$\frac{MD}{DA} = \frac{NC}{CB}. \qquad (5)$$

5. (h. 43). Xét ΔABC, vì DE // AC (gt), ta có :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{CD}{CB}. \qquad (1)$$



Hình 43

Mặt khác, DF // AB (gt), ta có

$$\frac{AF}{AC} = \frac{BD}{BC}. \qquad (2)$$

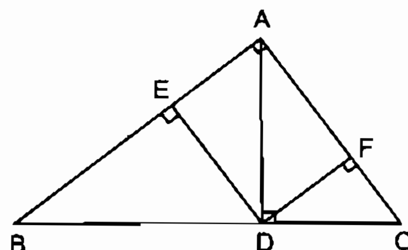
Cộng các vế tương ứng của (1) và (2), suy ra :

$$\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = \frac{CD}{CB} + \frac{BD}{BC} = \frac{CD + BD}{BC} = \frac{BC}{BC} = 1.$$

Bài tập bổ sung

1.1. Chọn (C).

1.2. DE và CA cùng vuông góc với AB, do đó DE // AC.



Hình bs.7

Theo định lí Ta-lét, ta có :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{CD}{CB}. \quad (1)$$

Tương tự, ta có : DF // AB, do đó :

$$\frac{AF}{AC} = \frac{BD}{BC}. \quad (2)$$

Cộng các vế tương ứng của (1) và (2), ta có :

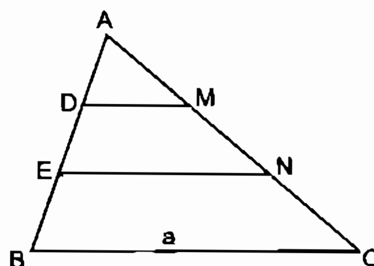
$$\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = \frac{CD}{CB} + \frac{BD}{BC} = \frac{CD + BD}{BC} = \frac{BC}{BC} = 1.$$

Tổng $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC}$ không thay đổi vì luôn có giá trị bằng 1.

Vậy : Khi độ dài các cạnh góc vuông AB, AC của tam giác vuông ABC thay đổi thì tổng $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC}$ luôn luôn không thay đổi. Tổng đó luôn có giá trị bằng 1.

§2. Định lí đảo và hệ quả của định lí Ta-lét

6. (h. 44). Theo giả thiết, ta có DM // BC, EN // BC do đó DM // EN.



Hình 44

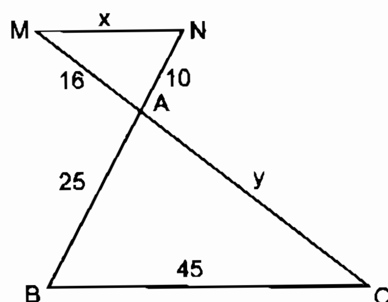
Áp dụng hệ quả của định lí Ta-lét, ta có :

$$\frac{DM}{BC} = \frac{AD}{AB} \text{ hay } \frac{DM}{a} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \quad DM = \frac{1}{3}a.$$

$$\frac{EN}{BC} = \frac{AE}{AB} \text{ hay } \frac{EN}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow EN = \frac{2}{3}a.$$

7. (h. 45). Theo hình vẽ ta có MN = x, AC = y.



Hình 45

Theo giả thiết và áp dụng hệ quả của định lí Ta-lét, ta có :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC} \text{ hay } \frac{16}{y} = \frac{10}{25} = \frac{x}{45}.$$

Từ đó ta tính được :

$$x = \frac{10.45}{25} = 18 \ ;$$

$$y = \frac{16.25}{10} = 40.$$

8. (h.46). Ta có NC = x, BC = y.

Vì MN // BC áp dụng định lí Ta-lét,

ta có :

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}.$$

Hình 46

Vì MB = AB – AM

suy ra : $\dfrac{AM}{AB - AM} = \dfrac{AN}{NC}$

hay : $\dfrac{16}{24 - 16} = \dfrac{12}{x}$. Vậy $x = \dfrac{12(24 - 16)}{16} = 6$(cm).

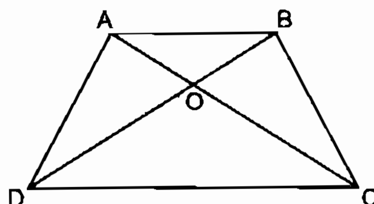
$\widehat{A} = 90^o \Rightarrow MN^2 = AM^2 + AN^2 = 16^2 + 12^2 = 400 \Rightarrow MN = 20.$

Vì MN // BC, theo hệ quả của định lí Ta-lét, ta có :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AB.MN}{AM} = \frac{20.24}{16} = 30(\text{cm}).$$

Vậy y = BC = 30 (cm).

9. (h. 47). Xét ΔOAB và ΔOCD. Vì AB // CD (gt) nên, theo hệ quả của định lí Ta-lét ta có :



Hình 47

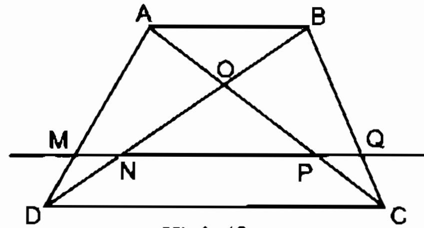
$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$$

suy ra : OA.OD = OB.OC.

10. (h. 48). Xét ΔADB và ΔACB. Vì MQ // AB, áp dụng hệ quả của định lí Ta-lét ta có :

$$\frac{MN}{AB} = \frac{DM}{DA} \qquad (1)$$

$$\frac{PQ}{AB} = \frac{CQ}{CB}. \qquad (2)$$



Hình 48

Xét hình thang ABCD, có MQ // AB // CD, theo kết quả bài 4, ta có :

$$\frac{DM}{DA} = \frac{CQ}{CB}. \qquad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có :

$$\frac{MN}{AB} = \frac{PQ}{AB} \Rightarrow MN = PQ.$$

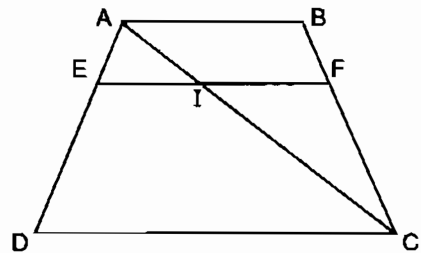
11. (h.49). Kẻ thêm đường chéo AC. Gọi I là giao điểm của EF và AC.

EF // AB // CD (gt), suy ra :

* $\dfrac{AE}{AD} = \dfrac{EI}{CD} \Rightarrow EI = \dfrac{AE}{AD}.CD \qquad (1)$

$\dfrac{AE}{ED} = \dfrac{p}{q}(gt) \Rightarrow \dfrac{AE}{ED + AE} = \dfrac{p}{p+q}$

$\Rightarrow \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{p}{p+q}. \qquad (2)$



Hình 49

Từ (1) và (2) suy ra $EI = \dfrac{p}{p+q} \cdot CD$.

* Áp dụng kết quả bài 4 vào hình thang ABCD ta lại có

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = \frac{p}{q}.$$

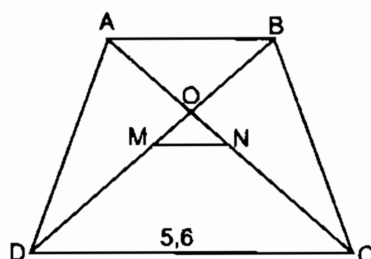
Xét ΔABC, ta có : $\dfrac{IF}{AB} = \dfrac{CF}{CB} \Rightarrow IF = \dfrac{CF}{CB}.AB. \qquad (3)$

Tương tự như trên, ta tính được $\dfrac{CF}{CB} = \dfrac{q}{p+q}. \qquad (4)$

Từ (3) và (4) suy ra $IF = \frac{q}{p+q}.AB$.

* Vậy $EF = EI + IF = \frac{p.CD + q.AB}{p+q}$.

12. a) ABCD là hình thang cân, do đó hai đường chéo AC và BD bằng nhau (h. 50) và OA = OB ; OC = OD ; MN // AB // CD.



Hình 50

$MD = 3.MO \Rightarrow OB = 2.MO, OD = 4.MO$.

Ta có : $\frac{MN}{CD} = \frac{OM}{OD} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow MN = \frac{1}{4}\cdot CD = \frac{1}{4}\cdot 5{,}6 = 1{,}4$ (cm).

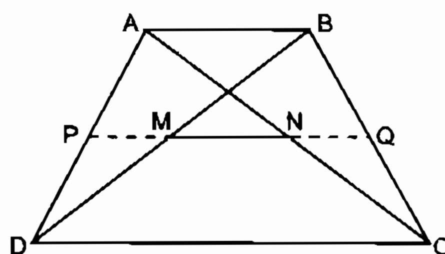
Mặt khác, ta có $\frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow AB = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}\cdot 5{,}6 = 2{,}8$ (cm).

b) $\frac{CD - AB}{2} = \frac{5{,}6 - 2{,}8}{2} = 1{,}4$ (cm).

Vậy $MN = \frac{CD - AB}{2}$.

13. (h.51) a) Gọi P, Q theo thứ tự là trung điểm của AD, BC.



Hình 51

Nối MP, ta có MP // AB và $\frac{PA}{AD} = \frac{1}{2}$.

Ta lại có $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$(gt), do đó

$$\frac{PA}{AD} = \frac{AN}{AC}.$$

Theo định lí đảo của định lí Ta-lét, suy ra

PN // DC hay PN // AB.

Từ các quan hệ MP // AB và PN // AB suy ra P, M, N thẳng hàng (hay hai đường thẳng PM, PN trùng nhau).

Vậy MN // AB.

b) Chứng minh tương tự, ta cũng có M, N, Q thẳng hàng suy ra bốn điểm P, M, N, Q cùng thuộc một đường thẳng.

$$PQ = \frac{AB + CD}{2}. \quad (1)$$

$$PM = \frac{AB}{2}. \quad (2)$$

$$NQ = \frac{AB}{2}. \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) và vì M, N, P, Q cùng thuộc một đường thẳng suy ra :

$$MN = PQ - (PM + NQ) = \frac{CD - AB}{2}.$$

14. (h.52)

– Xét ΔABD :

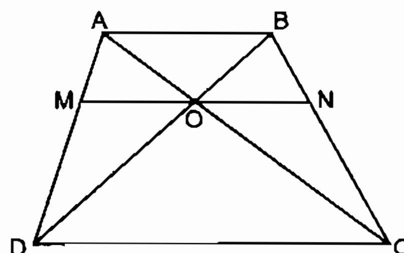
$$OM \parallel AB \text{ (gt)} \Rightarrow \frac{OM}{AB} = \frac{DO}{DB}. \quad (1)$$

– Xét ΔABC :

$$ON \parallel AB \text{ (gt)} \Rightarrow \frac{ON}{AB} = \frac{CO}{CA}. \quad (2)$$

– Mặt khác, $AB \parallel CD$ (gt)

$$\Rightarrow \quad \frac{DO}{DB} = \frac{CO}{CA}. \quad (3)$$



Hình 52

Từ các tỉ lệ thức (1), (2), (3) suy ra

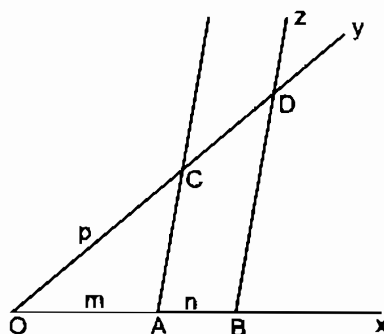
$$\frac{OM}{AB} = \frac{ON}{AB} \Rightarrow OM = ON.$$

15. (h.53)

– Vẽ hai tia phân biệt không đối nhau Ox và Oy.

– Trên Ox, dựng đoạn thẳng OA = m và dựng liên tiếp đoạn thẳng AB = n.

– Trên Oy, dựng đoạn thẳng OC = p.



Hình 53

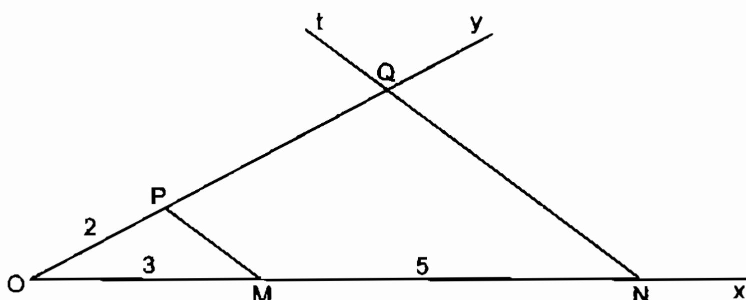
– Dựng đường thẳng qua hai điểm A, C.

– Qua B dựng đường thẳng Bz song song với đường thẳng AC, cắt tia Oy tại D.

Ta được CD là đoạn thẳng phải dựng có độ dài là q.

Thật vậy, BD // AC $\Rightarrow \dfrac{OA}{AB} = \dfrac{OC}{CD}$ hay $\dfrac{m}{n} = \dfrac{p}{q}$.

16. (h.54)



Hình 54

– Vẽ hai tia Ox, Oy phân biệt không đối nhau.

– Trên tia Ox đặt liên tiếp các đoạn thẳng OM = AB = 3cm,
MN = CD = 5cm.

– Trên tia Oy, đặt đoạn thẳng OP = EF = 2cm.

– Vẽ đường thẳng MP.

– Vẽ đường thẳng Nt // MP, Nt cắt Oy tại Q, ta được PQ là đoạn thẳng phải dựng và có độ dài là a.

– Ta có Nt // MP (theo cách dựng), do đó suy ra $\dfrac{OM}{MN} = \dfrac{OP}{PQ}$ (định lí Ta-lét).

Theo cách dựng ta có OM = 3cm, MN = 5cm, OP = 2cm, nên ta có :

$$\frac{3}{5} = \frac{2}{a} \Rightarrow a = \frac{5.2}{3} \approx 3{,}33 \text{ (cm)}.$$

Bài tập bổ sung

2.1. 1) Chọn (A).

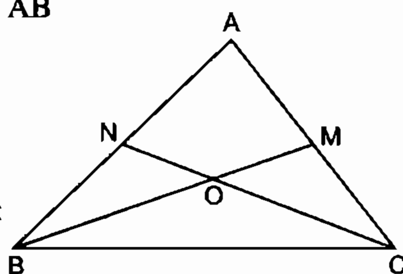
2) Chọn (C).

2.2. Vì M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC và AB nên đường thẳng MN song song với BC.

Do đó tứ giác BCMN là hình thang và có hai đường chéo BM và CN cắt nhau tại O.

Theo kết quả chứng minh ở bài tập số 9, ta có :

OM.OC = ON.OB.



Hình bs.8

2.3. a) Vì OM ⊥ AB và ON ⊥ CD, mà AB // CD nên suy ra M, O, N thẳng hàng.

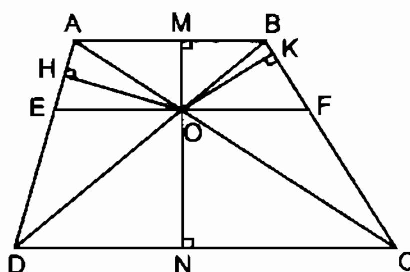
Mặt khác, do AB // CD nên theo định lí Ta-lét ta có :

$\frac{OM}{ON} = \frac{MA}{NC}$ và $\frac{OM}{ON} = \frac{MB}{ND}$.

Từ đó, theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$\frac{OM}{ON} = \frac{MA}{NC} = \frac{MB}{ND} = \frac{MA + MB}{NC + ND} = \frac{AB}{CD}$.

b) Từ O kẻ đường thẳng song song với AB và CD cắt AD tại E, cắt BC tại F.



Hình bs.9

Áp dụng kết quả chứng minh ở bài số 14, ta có :

$$OE = OF.$$

Từ đó, ta có :

$S_{AEO} = S_{BFO}$ (1) (Hai tam giác có cùng đường cao và hai cạnh đáy bằng nhau) ;

$S_{DEO} = S_{CFO}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra :

$S_{OAD} = S_{OBC}$. (3)

Suy ra : OH.AD = OK.BC $\Leftrightarrow \frac{OH}{OK} = \frac{BC}{AD}$.

Chú ý : Có thể chứng minh $S_{OAD} = S_{OBC}$ bằng cách khác (HS tự chứng minh).

§3. Tính chất đường phân giác của tam giác

17. (h. 55). a) Vì AD là đường phân giác nên ta có :

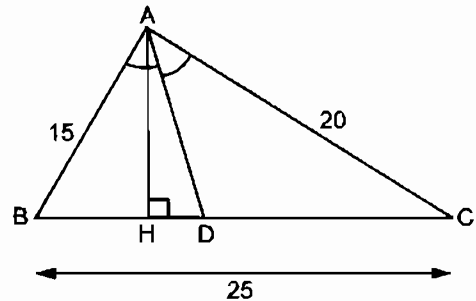
$$\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} \text{ hay } \frac{15}{20} = \frac{DB}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{20+15} = \frac{DB}{DC+DB} = \frac{DB}{BC} = \frac{DB}{25}$$

$$\Rightarrow DB = \frac{25.15}{20+15} = 10\frac{5}{7} \approx 10{,}71 \text{ (cm)}$$

$$CD = 25 - BD = 14\frac{2}{7} \approx 14{,}29 \text{ (cm)}.$$

b) $\dfrac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \dfrac{BD}{DC} = \dfrac{3}{4}$.



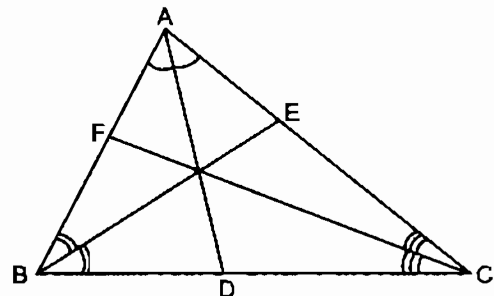
Hình 55

18. (h. 56). Áp dụng tính chất đường phân giác, ta có :

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}\ ; \qquad (1)$$

$$\frac{EC}{EA} = \frac{BC}{BA}\ ; \qquad (2)$$

$$\frac{FA}{FB} = \frac{CA}{CB}. \qquad (3)$$



Hình 56

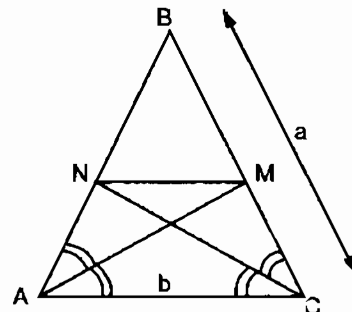
Nhân các vế tương ứng của các đẳng thức (1), (2), (3) ta được :

$$\frac{DB}{DC}\cdot\frac{EC}{EA}\cdot\frac{FA}{FB} = 1.$$

19. (h.57) a) Áp dụng tính chất đường phân giác, ta có :

$$\frac{NB}{NA} = \frac{CB}{CA} = \frac{a}{b}\ ; \qquad (1)$$

$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{b}. \qquad (2)$$



Hình 57

Từ (1) và (2) ta có : $\frac{NB}{NA} = \frac{MB}{MC} \Rightarrow MN \,//\, AC$

(theo định lí đảo của định lí Ta-lét).

b) Từ hệ thức (1), ta có : $\frac{NB}{NA + NB} = \frac{a}{a + b}$ hay $\frac{NB}{AB} = \frac{a}{a + b}$.

Tính được $NB = \frac{a^2}{a + b}$.

Mặt khác, vì MN // AC $\Rightarrow \frac{MN}{AC} = \frac{NB}{AB} \Rightarrow MN = \frac{AC.NB}{AB}$.

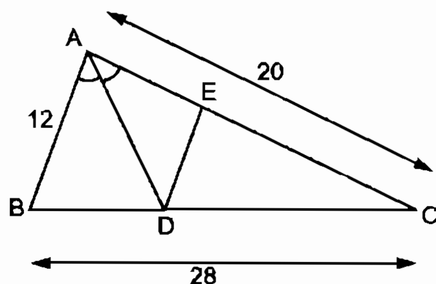
Thay các giá trị của AC, AB và NB vào hệ thức trên, tính được $MN = \frac{ab}{a + b}$.

20. (h.58) a) $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

$\frac{BD}{BD + DC} = \frac{12}{20 + 12}$ hay $\frac{BD}{BC} = \frac{12}{32}$

$\Rightarrow BD = \frac{12.BC}{32} = \frac{12.28}{32} = 10,5$ (cm)

DC = BC – BD = 28 – 10,5 = 17,5 (cm).



Hình 58

Mặt khác DE // AB

$\Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow DE = \frac{AB.CD}{CB} = \frac{12.17,5}{28} = 7,5$ (cm).

b) * $\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{BD}{BC} = \frac{10,5}{28} \Rightarrow S_{ABD} = \frac{10,5}{28}.S$.

* Tương tự $S_{\Delta ADC} = \frac{DC}{BC} = \frac{17,5}{28}.S$.

Vì DE // AB và AD là đường phân giác góc A nên AE = DE. Ta có :

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ADC}} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{AC} = \frac{7,5}{20}.$$

Suy ra $S_{ADE} = \frac{7,5}{20} \cdot S_{ADC} = \frac{7,5}{20} \cdot \frac{17,5}{28} \cdot S = \frac{26,25}{112} \cdot S.$

* $S_{DCE} = S_{ADC} - S_{ADE} = \frac{43,75}{112} \cdot S.$

21. (h. 59). a) $\widehat{A} = 90^o$

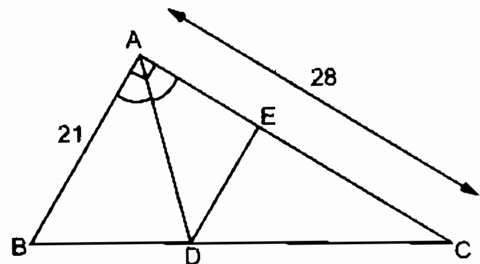
$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lí Py-ta-go)

$BC^2 = 21^2 + 28^2 = 1225$

$\Rightarrow BC = 35$ (cm).

Tính BD, DC và DE tương tự như bài 20, ta được :

BD = 15 (cm), DC = 20 (cm), DE = 12 (cm).



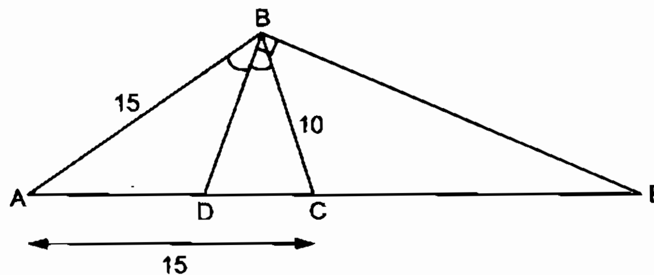
Hình 59

b) $S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC = \frac{1}{2}.21.28 = 294\ (cm^2).$

$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{BD}{BC} = \frac{15}{35} \Rightarrow S_{ABD} = \frac{15}{35}.294 = 126\ (cm^2).$

$S_{ACD} = S_{ABC} - S_{ADB} = 168\ (cm^2).$

22. (h. 60). a) Tương tự như bài 20, tính được : AD = 9 (cm) ; DC = 6 (cm).



Hình 60

b) BE ⊥ BD, suy ra BE là đường phân giác của góc ngoài tại đỉnh B ; áp dụng tính chất đường phân giác của góc ngoài, ta có :

$$\frac{EC}{EA} = \frac{BC}{BA} \text{ hay } \frac{EC}{EC + AC} = \frac{BC}{BA}.$$

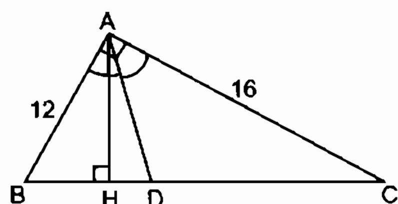
Gọi x là độ dài đoạn thẳng EC, ta có : $\dfrac{x}{x+15} = \dfrac{10}{15}$ và tính được x = 30.

Vậy EC = 30 (cm).

23. (h. 61). a) Tương tự như bài 21, tính được BC = 20 (cm).

$$BD = \frac{60}{7} \approx 8{,}57 \text{ (cm)} ;$$

$$CD = \frac{80}{7} \approx 11{,}43 \text{ (cm)}.$$



Hình 61

b) AH . BC = AB . AC (cùng bằng hai lần diện tích ΔABC)

$$\Rightarrow \quad AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{12.16}{20} = 9{,}6 \text{ (cm)} ;$$

$$CH^2 = AC^2 - AH^2 = 16^2 - 9{,}6^2 = 163{,}84 \Rightarrow CH = 12{,}8 \text{ (cm)} ;$$

$$HD = CH - CD = 12{,}8 - 11{,}43 = 1{,}37 \text{ (cm)} ;$$

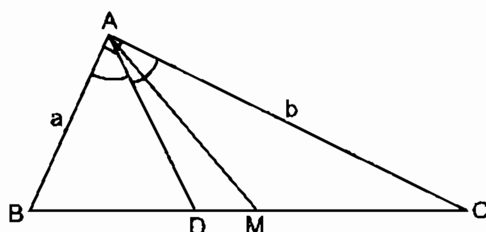
$$AD^2 = AH^2 + HD^2 = 9{,}6^2 + 1{,}37^2 = 94{,}0369 \Rightarrow AD \approx 9{,}70 \text{ (cm)}.$$

24. (h. 62). a) Theo giả thiết a < b, nên dễ thấy BD < DC. Từ đó suy ra D nằm giữa B và M.

ΔABC vuông ở A, do đó ta có :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + b^2$$

$$BC = \sqrt{a^2 + b^2}.$$



Hình 62

Đặt giá trị $\sqrt{a^2 + b^2} = c$,

AD là đường phân giác, do đó ta có :

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC + BD} = \frac{AB}{AC + AB} \text{ hay } \frac{BD}{BC} = \frac{a}{a+b}$$

suy ra $BD = \dfrac{BC.a}{a+b} = \dfrac{a.c}{a+b}$.

$$DC = BC - BD = c - \frac{a.c}{a+b} = \frac{b.c}{a+b}.$$

$$AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}c.$$

$$DM = BM - BD = \frac{1}{2}c - \frac{a.c}{a+b} = \frac{(b-a).c}{2(a+b)}.$$

b) Với a = 4,15cm, b = 7,25cm dùng máy tính CASIO *fx-220* hoặc *fx-500A* dễ dàng tính được :

BC = 8,35 (cm), BD = 3,04 (cm), DC = 5,31 (cm), AM = 4,18 (cm), DM = 1,14 (cm).

Bài tập bổ sung

3.1. 1) Chọn (B) ; 2) Chọn (C).

3.2. Vì ABCD là hình bình hành nên $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$. Mặt khác, BE và DF lần lượt là phân giác của các góc B và D, do đó suy ra $\widehat{ADF} = \widehat{CBE}$.

Mặt khác, ta có AD = CB = b ;

$\widehat{DAF} = \widehat{BCE}$ (so le trong).

Suy ra : $\Delta ADF = \Delta CBE$ (g.c.g) $\Rightarrow$ AF = CE.

Đặt AF = CE = x.

Theo tính chất của đường phân giác BE trong tam giác ABC, ta có :

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{CE} = \frac{AF + FE}{CE} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{x+m}{x} \Rightarrow x = \frac{mb}{a-b}.$$

$$AC = 2x + m = \frac{2mb}{a-b} + m = \frac{m(a+b)}{a-b}.$$

Thay số, tính trên máy tính điện tử cầm tay được :

$$AC = \frac{3,45(12,5 + 7,25)}{12,5 - 7,25} \approx 12,98 \text{ (cm)}.$$

§4. Khái niệm hai tam giác đồng dạng

25. $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ (theo tỉ số k), do đó ta có :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = k.$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{A'B' + B'C' + C'A'}{AB + BC + CA} = k \text{, vậy } \frac{\text{chu vi của } \Delta A'B'C'}{\text{chu vi của } \Delta ABC} = k.$$

26. Khi hai tam giác đồng dạng với nhau thì cạnh nhỏ nhất của tam giác này sẽ tương ứng với cạnh nhỏ nhất của tam giác kia.

Theo đầu bài ta có A'B' = 4,5cm.

Ta có : $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}$ hay $\frac{4,5}{3} = \frac{B'C'}{5} = \frac{C'A'}{7}$.

Tính được B'C' = 7,5cm, C'A' = 10,5cm.

27. a) $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$, do đó $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}$ hay

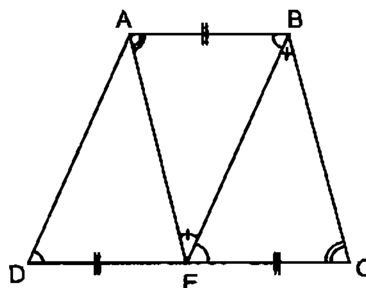
$$\frac{A'B'}{16,2} = \frac{B'C'}{24,3} = \frac{C'A'}{32,7}.$$

Thay A'B' = 16,2 + 10,8 = 27 (cm), tính được B'C' = 40,5cm, C'A' = 54,5cm.

b) Thay A'B' = 16,2 − 5,4 = 10,8 (cm), tính được B'C' = 16,2cm, C'A' = 21,8cm.

28. (h. 63). Chứng minh ba tam giác ADE, ABE, BEC bằng nhau rồi suy ra chúng đồng dạng với nhau từng đôi một.

$\Delta ADE \backsim \Delta EBA \backsim \Delta BEC$.



Hình 63

Bài tập bổ sung

4.1. Chọn (C).

§5. Trường hợp đồng dạng thứ nhất (c.c.c)

29. a) Hai tam giác đồng dạng với nhau, vì $\frac{40}{8} = \frac{50}{10} = \frac{60}{12}$ (cùng bằng 5).

b) Hai tam giác không đồng dạng với nhau, vì $\frac{3}{9} \neq \frac{4}{15}$.

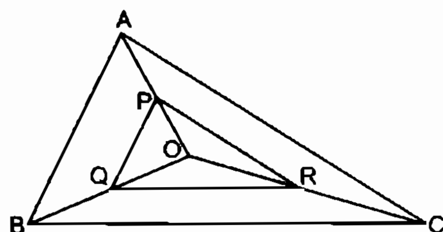
c) Hai tam giác đồng dạng với nhau, vì $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{0,5}{1}$.

30. Áp dụng định lí Py-ta-go tính được cạnh huyền BC = 10cm và cạnh góc vuông A'C' = 12cm. Từ đó ta có :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} \text{ (vì các tỉ số này đều bằng } \frac{2}{3}\text{)}.$$

Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$.

31. (h. 64). Gọi O là giao điểm của ba đường trung tuyến ; P, Q, R thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng OA, OB, OC.



Hình 64

PQ, QR, RP thứ tự là đường trung bình của các tam giác OAB, OBC, OCA do đó, ta có :

$PQ = \frac{1}{2}AB$; $QR = \frac{1}{2}BC$; $RP = \frac{1}{2}AC$.

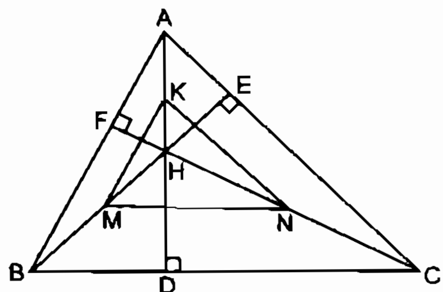
Từ đó ta có : $\frac{PQ}{AB} = \frac{1}{2}$; $\frac{QR}{BC} = \frac{1}{2}$; $\frac{RP}{CA} = \frac{1}{2}$.

Suy ra : $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RP}{CA} = \frac{1}{2}$.

Vậy $\Delta PQR \backsim \Delta ABC$ theo trường hợp đồng dạng thứ nhất (c.c.c) với tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{2}$.

32. (h. 65). Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại điểm H, ta có H là trực tâm của tam giác ABC.

Gọi K, M, N thứ tự là trung điểm của AH, BH và CH. KM, MN và NK thứ tự là các đường trung bình của các tam giác HAB, HBC và HCA.



Hình 65

Ta có : $KM = \frac{1}{2}AB$, $MN = \frac{1}{2}BC$, $NK = \frac{1}{2}CA$.

Do đó : $\frac{KM}{AB} = \frac{1}{2}$, $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$, $\frac{NK}{CA} = \frac{1}{2}$.

Suy ra : $\frac{KM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{NK}{CA} = \frac{1}{2}$.

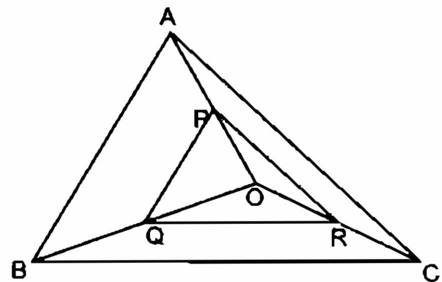
Vậy $\Delta KMN \backsim \Delta ABC$ theo trường hợp đồng dạng thứ nhất (c.c.c) với tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{2}$.

33. (h. 66).

a) PQ, QR và RP lần lượt là đường trung bình của tam giác OAB, OBC và OCA. Do đó ta có :

$PQ = \frac{1}{2}AB$, $QR = \frac{1}{2}BC$,

$RP = \frac{1}{2}CA$.



Hình 66

Từ đó ta có : $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RP}{CA} = \frac{1}{2}$.

Vậy $\Delta PQR \backsim \Delta ABC$ (trường hợp đồng dạng thứ nhất c.c.c) với tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{2}$.

b) Gọi p' là chu vi của tam giác PQR. Ta có :

$\frac{p'}{p} = k = \frac{1}{2}$

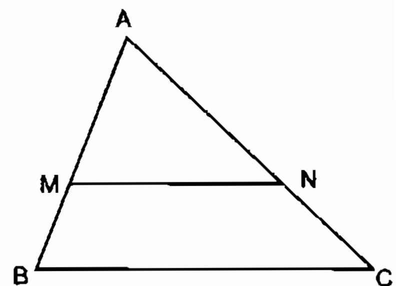
$\Rightarrow\ p' = \frac{1}{2}p = \frac{1}{2} . 543 = 271,5$ (cm).

34. *Cách 1* (h. 67)

– Dựng các điểm M, N thứ tự trên các cạnh AB và AC sao cho :

$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$; $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$.

– Vẽ đoạn thẳng MN.



Hình 67

– Ta có $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{3}$.

Chứng minh :

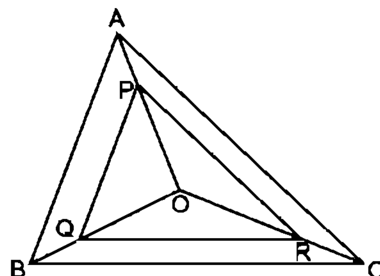
Theo cách dựng ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ (vì cùng bằng $\frac{2}{3}$).

Theo định lí Ta-lét đảo ta có MN // BC. Từ đó suy ra $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$ và tỉ số đồng dạng $k = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$.

Cách 2 (h. 68)

Lấy một điểm O bất kì bên trong tam giác ABC. Nối OA, OB, OC. Trên OA, OB, OC thứ tự lấy các điểm P, Q, R sao cho

$$\frac{OP}{OA} = \frac{2}{3};\ \frac{OQ}{OB} = \frac{2}{3};\ \frac{OR}{OC} = \frac{2}{3}.$$



Hình 68

Ta có $\Delta PQR \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{3}$.

Chứng minh :

Theo cách dựng, ta có

$$\frac{OP}{OA} = \frac{OQ}{OB} = \frac{OR}{OC} \text{ (vì cùng bằng } \frac{2}{3}\text{)}.$$

Theo định lí Ta-lét đảo, ta có :

PQ // AB ; QR // BC ; RP // AC.

Từ đó suy ra $\frac{PQ}{AB} = \frac{2}{3};\ \frac{QR}{BC} = \frac{2}{3};\ \frac{RP}{CA} = \frac{2}{3}$ và do đó ta có

$$\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RP}{CA}.$$

Vậy $\Delta PQR \backsim \Delta ABC$, $k = \frac{2}{3}$.

Bài tập bổ sung

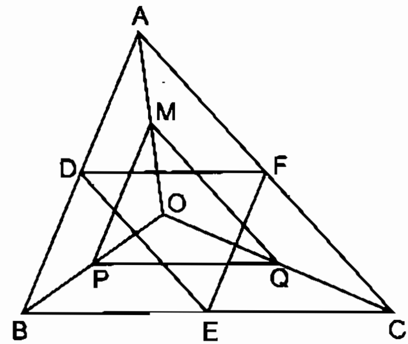
5.1. a) Đúng ; b) Sai ; c) Sai ; d) Đúng.

5.2. a) Theo giả thiết D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và CA nên DE, EF, FD là các đường trung bình của tam giác ABC. Do đó, ta có :

$$DE = \frac{1}{2}AC,\ EF = \frac{1}{2}AB,\ FD = \frac{1}{2}BC. \quad (1)$$

Mặt khác, M là trung điểm của OA, P là trung điểm của OB, Q là trung điểm của OC, xét các tam giác OAB, OBC, OCA, ta cũng có :

$MP = \frac{1}{2}AB$, $PQ = \frac{1}{2}BC$, $QM = \frac{1}{2}AC$. (2)



Hình bs.10

Từ các đẳng thức (1) và (2), ta suy ra :

DE = QM, EF = MP, FD = PQ.

Do đó ta có :

$$\frac{DE}{QM} = \frac{EF}{MP} = \frac{FD}{PQ} = 1.$$

Vậy ΔDEF ∽ ΔQMP theo tỉ số đồng dạng k = 1, trong đó D, E, F lần lượt tương ứng với các đỉnh Q, M, P.

b) Lục giác DPEQFM có các cặp cạnh đối bằng nhau từng đôi một :

DP = QF (vì bằng $\frac{1}{2}OA$) ;

PE = MF (vì bằng $\frac{1}{2}OC$) ;

EQ = MD (vì bằng $\frac{1}{2}OB$) ;

Lục giác DPEQFM có 6 cạnh bằng nhau chỉ khi DP = PE = EQ.

Muốn vậy, ta phải có OA = OB = OC, khi đó O là điểm cách đều ba điểm A, B, C. Vậy O là giao điểm của ba đường trung trực tam giác ABC.

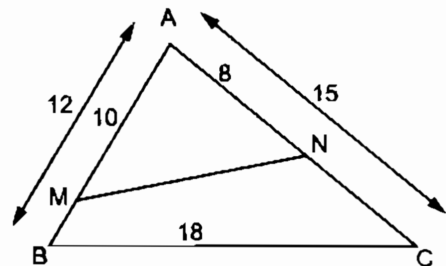
§6. Trường hợp đồng dạng thứ hai (c.g.c)

35. (h. 69) Xét hai tam giác ABC và ANM ta có :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AN}{AB} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

suy ra $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$. (1)



Hình 69

Mặt khác, góc xen giữa các cạnh tương ứng trên là góc A chung.

Vậy ΔABC ∽ ΔANM (c.g.c).

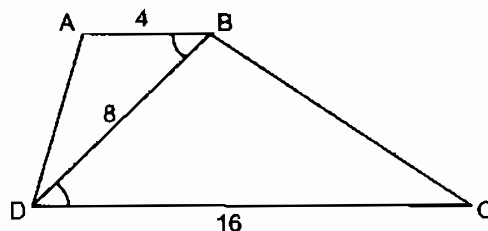
Từ đó, ta có : $\frac{AB}{AN} = \frac{BC}{NM}$ hay $\frac{12}{8} = \frac{18}{MN} \Rightarrow MN = \frac{8.18}{12} = 12$ (cm).

36. (h. 70) Xét hai tam giác ABD và BDC : AB // CD do đó $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ (hai góc so le trong)

$$\frac{AB}{BD} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

suy ra $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC}$ (cùng bằng $\frac{1}{2}$).



Hình 70

Vậy ΔABD ∽ ΔBDC (c.g.c), từ đó suy ra các góc tương ứng bằng nhau, các cạnh tương ứng tỉ lệ :

$$\widehat{BAD} = \widehat{DBC}, \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = 2.AD.$$

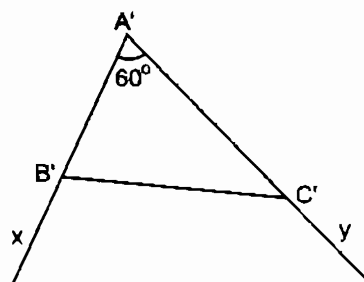
37. (h. 71)

a) Dựng góc $\widehat{xA'y} = \widehat{A} = 60^o$.

Trên A'x và A'y theo thứ tự lấy các điểm B', C' sao cho

$\frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{3}$ (hay $A'B' = \frac{1}{3}AB = 2$ (cm))

$\frac{A'C'}{AC} = \frac{1}{3}$ (hay $A'C' = \frac{1}{3}AC = 3$ (cm)).



Hình 71

Tam giác A'B'C' là tam giác phải dựng.

Chứng minh :

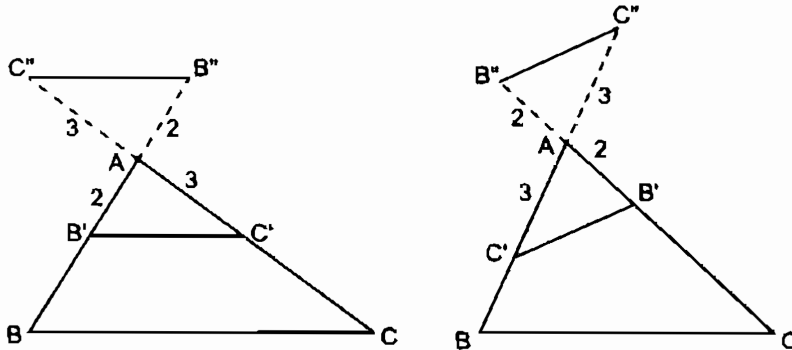
Theo cách dựng ta có : $\frac{A'B'}{AB} = \frac{2cm}{6cm} = \frac{1}{3}$; (1)

$\frac{A'C'}{AC} = \frac{3cm}{9cm} = \frac{1}{3}$; (2)

$\widehat{A'} = \widehat{A}$.

Suy ra $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$ và $\widehat{A'} = \widehat{A}$. Vậy ΔA'B'C' ∽ ΔABC (trường hợp thứ hai).

b) Có rất nhiều cách dựng khác nhau, sau đây là một vài cách dựng đơn giản (h. 72).



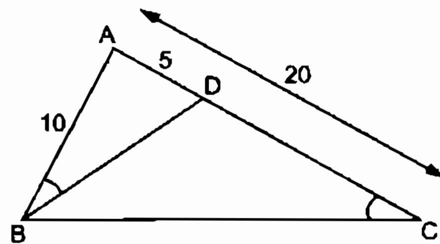
Hình 72

38. (h. 73). Xét hai tam giác ADB và ABC ta có

$$\frac{AD}{AB} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

suy ra $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$.



Hình 73

Hai tam giác ABC và ADB có góc A chung (là góc xen giữa hai cạnh tương ứng), vậy $\Delta ABC \backsim \Delta ABD$. Từ đây suy ra các góc tương ứng của chúng bằng nhau, tức là $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$.

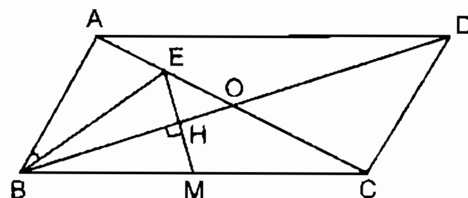
Bài tập bổ sung

6.1. Chọn (B).

6.2. a) Vì ABCD là hình bình hành và E là trung điểm của AO (vì BE là trung tuyến của tam giác ABO) nên ta có :

$$AO = CO = \frac{1}{2}AC;$$

$$AE = \frac{1}{2}AO.$$



Hình bs.11

Mặt khác, theo giả thiết AC = 2AB nên dễ thấy AB = AO và do đó $AE = \frac{1}{2}AB$.

Xét hai tam giác AEB và ABC, ta có :

Góc $\widehat{A}$ chung, $\frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$.

Vậy $\Delta AEB \backsim \Delta ABC$ (c.g.c). Từ đó suy ra hai góc tương ứng bằng nhau $\widehat{ABE} = \widehat{ACB}$ (đpcm).

b) Theo chứng minh ở câu a) $\Delta AEB \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số $k = \frac{1}{2}$ nên dễ thấy $BE = \frac{1}{2}BC$ hay BE = BM. Suy ra ΔBEM cân tại B. Xét tam giác EBC có : $\frac{BE}{BC} = \frac{OE}{OC} = \frac{1}{2}$. Suy ra OB là đường phân giác góc EBC. BO là phân giác góc ở đỉnh của tam giác cân BEM nên BO (hay BD) vuông góc với cạnh đáy EM (đpcm).

§7. Trường hợp đồng dạng thứ ba (g.g)

39. *Cách 1* (h. 74)

Xét ΔADE và ΔCBF, ta có :

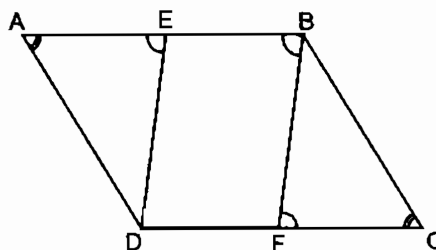
$\widehat{A} = \widehat{C}$ (hai góc đối diện của hình bình hành thì bằng nhau) ;

AE = CF (vì cùng bằng $\frac{1}{2}$AB) ;

AD = CB (hai cạnh đối diện của hình bình hành).

Vậy $\Delta ADE = \Delta CBF$ (c.g.c).

Suy ra $\Delta ADE \backsim \Delta CBF$.



Hình 74

Cách 2.

DEBF là hình bình hành (vì có BE, DF song song và bằng nhau), suy ra DE // BF.

Từ đó ta có : $\widehat{AED} = \widehat{ABF}$ (hai góc đồng vị) (1)

$\widehat{ABF} = \widehat{BFC}$ (hai góc so le trong). (2)

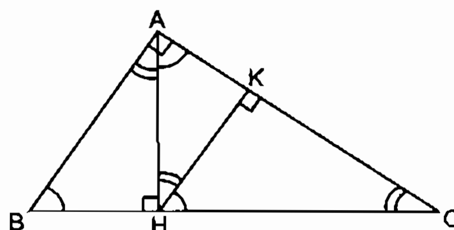
Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AED} = \widehat{BFC}$.

Mặt khác, $\widehat{A} = \widehat{C}$ (hai góc đối diện của hình bình hành).

Vậy $\Delta ADE \backsim \Delta CBF$ (g.g).

40. (h. 75). a) Có năm tam giác vuông đồng dạng với nhau từng đôi một theo trường hợp thứ ba (g.g) đó là : ΔABC, ΔHAC, ΔHBA, ΔKAH và ΔKHC.

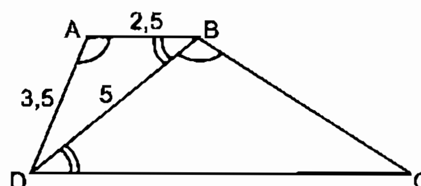
b) Năm tam giác trên đây đã được viết theo các đỉnh tương ứng.



Hình 75

41. (h. 76). a) $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ (hai góc so le trong), $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$ (gt).

Vậy ΔADB ∽ ΔBCD (g.g).



Hình 76

b) Ta có : $\frac{AB}{BD} = \frac{AD}{BC} = \frac{BD}{DC}$

hay $\frac{2,5}{5} = \frac{3,5}{BC} = \frac{5}{CD}$.

Tính được :

$$DC = \frac{5 \,.\, 5}{2,5} = 10 \text{ (cm)};$$

$$BC = \frac{5 \,.\, 3,5}{2,5} = 7 \text{ (cm)}.$$

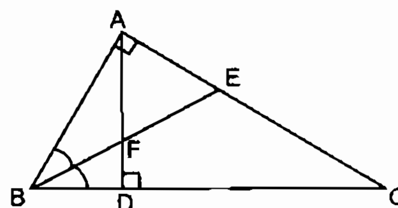
c) Vẽ hình thang ABCD

– Bước 1 : Vẽ tam giác ABD theo độ dài cho trước của mỗi cạnh.

– Bước 2 : Lấy B làm tâm, quay cung tròn có bán kính 7cm, rồi lấy D làm tâm quay cung tròn có bán kính 10cm, hai cung này cắt nhau tại điểm C (khác phía với A so với BD).

42. (h. 77). BF là đường phân giác của ΔABD (tại đỉnh B), do đó ta có :

$$\frac{FD}{FA} = \frac{BD}{BA}. \qquad (1)$$



Hình 77

BE là đường phân giác của ΔABC (tại đỉnh B) do đó ta có :

$$\frac{EA}{EC} = \frac{BA}{BC}. \qquad (2)$$

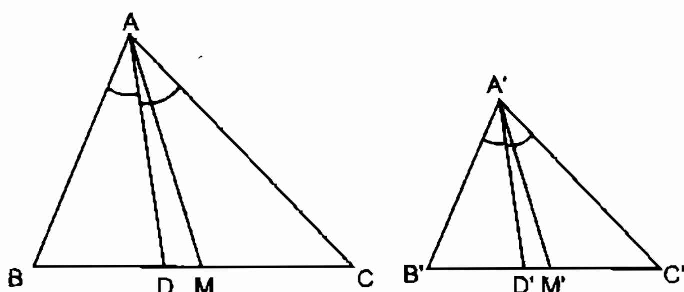
ΔDBA ∽ ΔABC (vì $\widehat{A} = \widehat{D} = 1v$ và có góc $\widehat{B}$ chung), do đó ta lại có :

$$\frac{DB}{AB} = \frac{BA}{BC}. \qquad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\frac{FD}{FA} = \frac{EA}{EC}$.

43. (h. 78). a) Chứng minh $\Delta ABD \backsim \Delta A'B'D'$ (g.g) rồi suy ra $\frac{A'D'}{AD} = \frac{A'B'}{AB} = k$.

b) Chứng minh $\Delta ABM \backsim \Delta A'B'M'$ (c.g.c) rồi suy ra $\frac{A'M'}{AM} = \frac{A'B'}{AB} = k$.



Hình 78

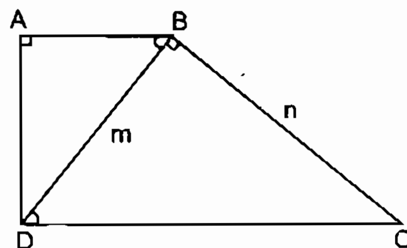
Bài tập bổ sung

7.1. Chọn (D).

7.2. Theo giả thiết ABCD là hình thang vuông và AB // CD, BD ⊥ BC nên ta có : $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 1v$, $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ (so le trong).

Do đó : $\Delta ABD \backsim \Delta BDC$.

Suy ra : $\frac{AB}{BD} = \frac{AD}{BC} = \frac{BD}{DC}$. (1)



Hình hs.12

Xét tam giác vuông DBC, theo định lí Py-ta-go, ta có :

$$DC = \sqrt{BD^2 + BC^2} = \sqrt{m^2 + n^2}.$$

Từ dãy tỉ lệ thức (1), tính được :

$$AB = \frac{BD^2}{DC} = \frac{m^2}{\sqrt{m^2 + n^2}} \ ; \ AD = \frac{BC.BD}{DC} = \frac{m.n}{\sqrt{m^2 + n^2}}.$$

Với m = 7,25cm, n = 10,75cm, ta tính được :

$$DC \approx 12,97cm \; ; \; AB \approx 4,05cm \; ; \; AD \approx 6,01cm.$$

§8. Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông

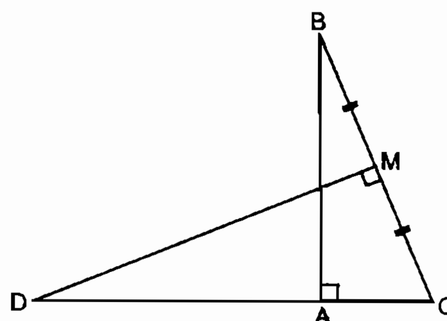
44. (h. 79). Hai tam giác vuông ABC và MDC có góc nhọn $\widehat{C}$ chung nên chúng đồng dạng với nhau.

Do đó ta có :

$$\frac{AC}{MC} = \frac{BC}{DC},$$

suy ra

$$CD = \frac{BC.MC}{AC} = \frac{24.12}{9} = 32 \text{ (cm)}.$$



Hình 79

45. (h. 80). Xét hai tam giác vuông ABE và DEC :

$$DE = AD - AE = 17 - 8 = 9 \text{ (cm)}.$$

Từ đó ta có : $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AE}{DC}$ $\left(\text{vì } \dfrac{6}{9} = \dfrac{8}{12}\right)$.

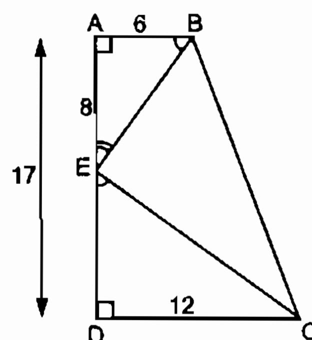
Vậy $\Delta ABE \backsim \Delta DEC$.

Do đó : $\widehat{AEB} = \widehat{DCE}$; (1)

$\widehat{ABE} = \widehat{DEC}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra :

$$\widehat{AEB} + \widehat{DEC} = 90^o \text{ nên } \widehat{BEC} = 90^o.$$



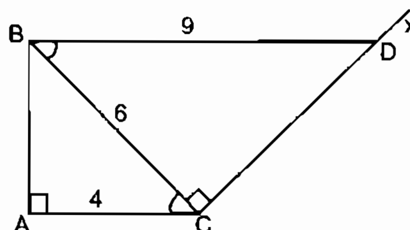
Hình 80

46. (h. 81) Xét hai tam giác vuông ABC và CDB có :

$$\frac{AC}{CB} = \frac{BC}{DB} \left(\text{vì } \frac{4}{6} = \frac{6}{9}\right).$$

Suy ra $\Delta ABC \backsim \Delta CDB$ và do đó có các góc tương ứng bằng nhau :

$$\widehat{CBD} = \widehat{ACB}.$$

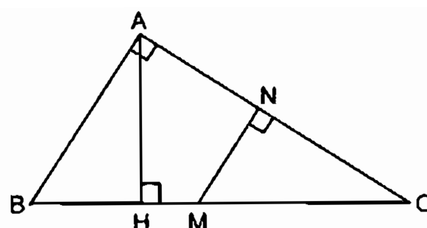


Hình 81

Vậy BD // AC (vì có hai góc so le trong bằng nhau).

47. Trên hình 82 có bốn tam giác vuông đồng dạng với nhau từng đôi một, vì chúng có các cặp góc nhọn tương ứng bằng nhau.

Đó là : ΔABC, ΔNMC, ΔHBA, ΔHAC (bốn tam giác trên đã được viết theo các đỉnh tương ứng).



Hình 82

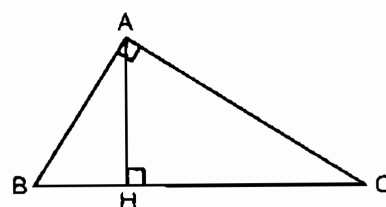
48. (h. 83). Xét hai tam giác vuông HBA và HAC

$$\widehat{BAH} + \widehat{HAC} = 1v \; ; \qquad (1)$$

$$\widehat{HCA} + \widehat{HAC} = 1v \, . \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BAH} = \widehat{HCA}$, và có ΔHBA ∽ ΔHAC.

Từ $\frac{BH}{AH} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH^2 = BH.CH$.



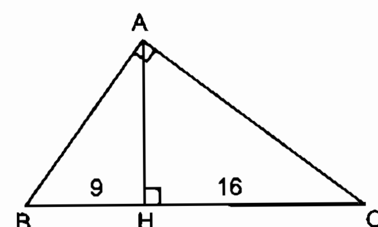
Hình 83

49. (h. 84). Giả sử ΔABC vuông ở A, có đường cao AH và BH = 9cm, CH = 16cm. Áp dụng kết quả bài 48, ta có :

$HA^2 = HB.HC = 9.16 = 144$.

Tính được HA = 12 (cm).

Liên tiếp áp dụng định lí Py-ta-go vào các tam giác vuông HBA, HAC tính được :



Hình 84

$$AB^2 = HB^2 + HA^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \Rightarrow AB = 15 \text{ (cm)} \; ;$$

$$AC^2 = HC^2 + HA^2 = 16^2 + 12^2 = 400 \Rightarrow AC = 20 \text{ (cm)} \; ;$$

$$BC = BH + CH = 9 + 16 = 25 \text{ (cm)}.$$

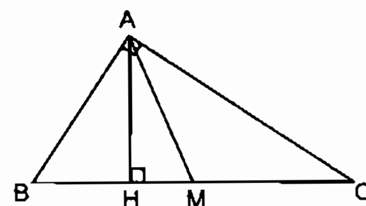
50. (h. 85). Áp dụng kết quả bài toán 48, ta có :

$$AH^2 = BH \, . \, CH = 4 \, . \, 9 = 36$$

$\Rightarrow$ AH = 6 (cm). Ta có BC = 13 (cm).

Cách 1.

$$S_{ABM} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6 \, . \, 13}{2} = 19{,}5 \text{ (cm}^2\text{)}$$



Hình 85

$$S_{AHM} = S_{ABM} - S_{BAH} = 19{,}5 - \frac{1}{2} . 4 . 6 = 7{,}5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

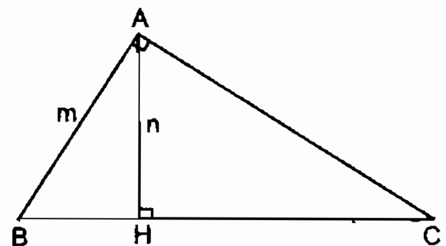
Cách 2. $BM = \frac{13}{2} = 6{,}5$ (cm) ;

$HM = 6{,}5 - 4 = 2{,}5$ (cm).

Vậy $S_{AHM} = \frac{1}{2}AH.HM = \frac{1}{2}.6.2{,}5 = 7{,}5$ (cm^2).

Bài tập bổ sung

8.1. Chọn (C).



Hình bs.13

8.2. Xét hai tam giác ABC và HBA, ta có :

$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 1v$;

$\hat{B}$ là góc nhọn chung.

Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$.

Suy ra : $\frac{AB}{HB} = \frac{AC}{HA} = \frac{BC}{BA} \Rightarrow \frac{m}{HB} = \frac{AC}{n} = \frac{BC}{m}$

$$\Rightarrow AC = \frac{mn}{HB},\ BC = \frac{m^2}{HB}.$$

Xét tam giác vuông ABH, ta có :

$$HB = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{m^2 - n^2}.$$

Từ đó, ta có : $AC = \frac{m.n}{\sqrt{m^2 - n^2}}$; $BC = \frac{m^2}{\sqrt{m^2 - n^2}}$.

Với m = 12,5cm, n = 10,85cm, ta tính được :

$AC \approx 21{,}85$cm ; $BC \approx 25{,}17$cm.

8.3. a) Xét hai tam giác vuông ABH và CAH có

$\widehat{ABH} = \widehat{CAH}$ (vì cùng phụ với góc $\widehat{BAH}$).

Do đó $\Delta ABH \backsim \Delta CAH$ (g.g).

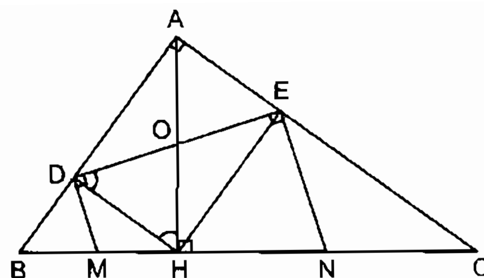
Suy ra : $\frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH}$

$\Rightarrow AH^2 = BH.CH = 4.9$

$\Rightarrow AH = \sqrt{4.9} = 6$ (cm).

Mặt khác, HD ⊥ AB và HE ⊥ AC nên ADHE là hình chữ nhật.

Suy ra : DE = AH = 6 (cm).



Hình bs.14

b) Xét tam giác MDH có $\widehat{MDH} = \widehat{MHD}$ (vì cùng bằng góc vuông trừ đi góc bằng nhau $\widehat{ODH} = \widehat{OHD}$).

Suy ra tam giác MDH cân tại M, do đó MD = MH. (1)

Vì BHD là tam giác vuông tại D nên MD = BM.

Vậy M là trung điểm của BH.

Tương tự, ta cũng có N là trung điểm của CH.

c) Theo chứng minh trên ta có :

$$DM = MH = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}.4 = 2 \text{ (cm)};$$

$$EN = NH = \frac{1}{2}CH = \frac{1}{2}.9 = 4,5 \text{ (cm)};$$

$$DE = AH = 6 \text{ (cm)}.$$

DENM là hình thang vuông, do đó diện tích của nó là :

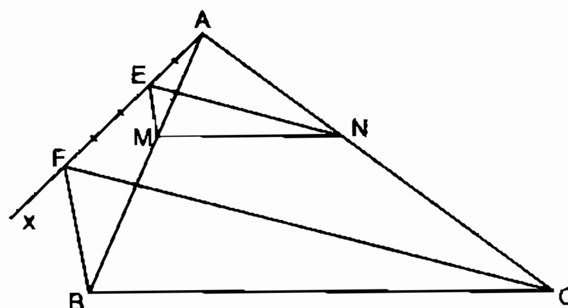
$$S_{DENM} = \frac{1}{2}(DM + EN)DE = \frac{1}{2}(2 + 4,5)6 = 19,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Ôn tập chương III

51. (h. 86). a) Vẽ tia Ax không chứa các cạnh AB và AC.

Trên Ax, lấy các điểm E, F sao cho AE = 2 (đơn vị dài), EF = 3 (đơn vị dài).

– Vẽ đường thẳng qua F, B.



Hình 86

– Vẽ đường thẳng qua E và song song với FB, đường thẳng này cắt AB tại M.

– Vẽ đường thẳng qua F, C.

– Vẽ đường thẳng qua E và song song với FC, đường thẳng này cắt AC tại N.

Áp dụng định lí Ta-lét (thuận), ta có

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AE}{EF} = \frac{2}{3}\ ;\ \frac{AN}{NC} = \frac{AE}{EF} = \frac{2}{3}.$$

Vậy M, N là các điểm phải tìm.

b) Từ kết quả ở câu a) ta có $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ (vì cùng bằng $\frac{2}{3}$).

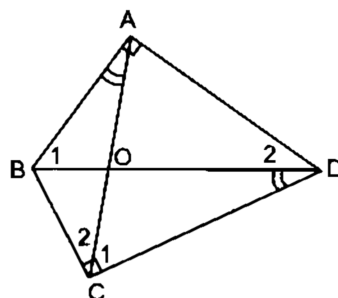
Áp dụng định lí đảo của định lí Ta-lét, ta có MN // BC.

c) Vì MN // BC, suy ra ΔAMN ∽ ΔABC (theo định lí trong §4), với tỉ số đồng dạng $k = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$.

Gọi P' và S' là chu vi và diện tích của tam giác AMN, ta có :

$$\frac{P'}{P} = k = \frac{2}{5} \Rightarrow P' = \frac{2}{5}.P$$

$$\frac{S'}{S} = k^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \Rightarrow S' = \frac{4}{25}.S.$$



Hình 87

52. (h. 87). a) Xét ΔABO và ΔDCO, ta có :

$\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$ (gt) ;

$\widehat{AOB} = \widehat{DOC}$ (hai góc đối đỉnh).

Suy ra ΔABO ∽ ΔDCO (g.g).

b) ΔABO ∽ ΔDCO, suy ra

$\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$ (hai góc tương ứng). (1)

Ta lại có :

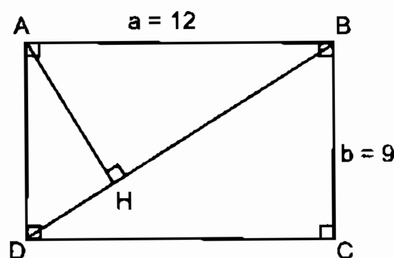
$\widehat{C}_2 + \widehat{C}_1 = 90^\circ$ (gt) (2)

$\widehat{D}_2 + \widehat{B}_1 = 90^\circ$ (vì $\widehat{A} = 90^\circ$). (3)

Từ các đẳng thức (1), (2), (3) suy ra $\widehat{C}_2 = \widehat{D}_2$.

Mặt khác, ta có : $\widehat{BOC} = \widehat{AOD}$ (đối đỉnh). Vậy ΔBCO ∽ ΔADO (g.g).

53. (h. 88). a) AB // CD ⇒ $\widehat{ABH} = \widehat{BDC}$ (hai góc so le trong)



Hình 88

$$\Delta AHB \backsim \Delta BCD \text{ (g.g).}$$

b) $\Delta AHB \backsim \Delta BCD$

$$\Rightarrow \frac{AH}{BC} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow AH = \frac{BC.AB}{BD} = \frac{a.b}{BD}.$$

Áp dụng định lí Py-ta-go, ta có

$$BD^2 = AD^2 + AB^2 = a^2 + b^2 = 12^2 + 9^2 = 225 \text{ suy ra } BD = \sqrt{225} = 15.$$

Ta tính được $AH = \frac{ab}{BD} = \frac{12 : 9}{15} = 7{,}2$ (cm).

c) $\Delta AHB \backsim \Delta BCD$ theo tỉ số $k = \frac{AH}{BC} = \frac{7,2}{9}$.

Gọi S và S' lần lượt là diện tích của tam giác BCD và AHB, ta có :

$$S = \frac{1}{2}a.b = \frac{1}{2}.12.9 = 54 \text{ (cm}^2\text{)};$$

$$\frac{S'}{S} = k^2 = \left(\frac{7,2}{9}\right)^2 \Rightarrow S' = \left(\frac{7,2}{9}\right)^2.54 = 34{,}56 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

54. (h. 89). a) Tương tự chứng minh như ở câu a) bài 52, ta có :

$$\Delta AOB \backsim \Delta DOC \text{ (g.g).}$$

b) Từ kết quả câu a), suy ra

$$\frac{AO}{DO} = \frac{OB}{OC}. \quad (1)$$

Ta lại có : $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$ (đối đỉnh). (2)

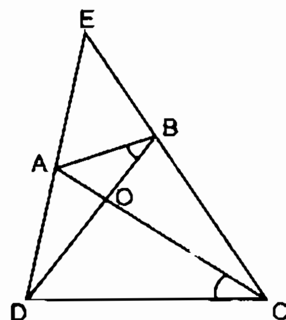
Từ (1) và (2) suy ra $\Delta AOD \backsim \Delta BOC$ (c.g.c).

c) $\Delta AOD \backsim \Delta BOC \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{BCA}$.

Hai tam giác EDB và ECA lại có góc E chung.

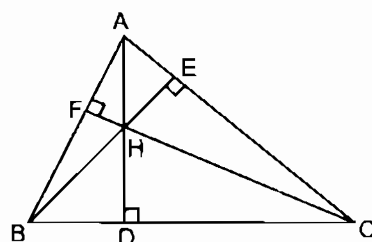
Suy ra : $\Delta EDB \backsim \Delta ECA$.

Ta có : $\frac{ED}{EC} = \frac{EB}{EA} \Rightarrow EA . ED = EB . EC.$



Hình 89

55. (h. 90). Tam giác AFH và tam giác CDH là hai tam giác vuông và có $\widehat{AHF} = \widehat{CHD}$ vì là hai góc đối đỉnh.



Hình 90

Từ đó ta có : $\Delta AFH \backsim \Delta CDH$ (g.g).

Suy ra : $\dfrac{AH}{CH} = \dfrac{FH}{DH}$

$\Rightarrow \quad AH . DH = CH . FH. \quad (1)$

Tương tự ta có : $\Delta BFH \backsim \Delta CEH$.

Suy ra : $\dfrac{BH}{CH} = \dfrac{FH}{EH} \Rightarrow BH . EH = CH . FH. \quad (2)$

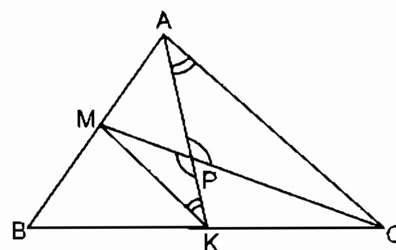
Từ (1) và (2) suy ra : AH . DH = BH . EH = CH . FH.

56. (h. 91). Vẽ thêm đoạn thẳng MK.

Xét hai tam giác ACP và KMP, ta có :

$\dfrac{MP}{CP} = \dfrac{KP}{AP}$ (vì cùng bằng $\dfrac{1}{2}$) ;

$\widehat{KPM} = \widehat{APC}$ (hai góc đối đỉnh).



Hình 91

Vậy $\Delta ACP \backsim \Delta KMP$ (c.g.c).

Suy ra : $\dfrac{KM}{AC} = \dfrac{MP}{CP} = \dfrac{KP}{AP} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \quad KM = \dfrac{1}{2} AC. \quad (1)$

Ta lại có $\widehat{PKM} = \widehat{PAC}$ (hai góc tương ứng) $\Rightarrow$ MK // AC. (2)

Từ (1) và (2) suy ra MK là đường trung bình của tam giác ABC.

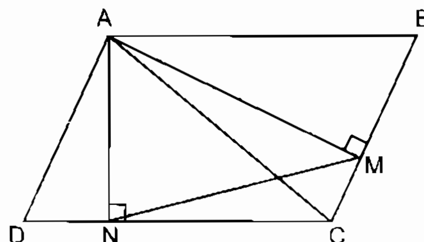
Vậy AK và CM là hai trung tuyến của tam giác ABC.

57. a) Xét trường hợp $\hat{B}$ là góc nhọn (h. 92) ta có :

$\Delta AND \backsim \Delta ABM$ (g.g).

Suy ra :

$\dfrac{AM}{AN} = \dfrac{AB}{AD} \Rightarrow \dfrac{AM}{AN} = \dfrac{AB}{CB}$



Hình 92

(vì AD = CB) hay $\frac{AM}{BA} = \frac{AN}{BC}$.   (1)

Mặt khác ta lại có : $\widehat{MAN} = \widehat{ABC}$ (cùng phụ với $\widehat{BAM}$).   (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\Delta MAN \backsim \Delta ABC$ (c.g.c).

b) Trường hợp $\hat{B}$ là góc tù (h. 93).

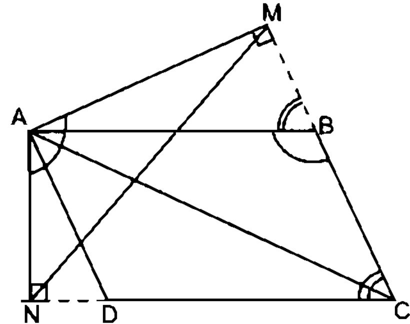
Cách chứng minh tương tự :

$\Delta AND \backsim \Delta AMB$ (g.g).

Suy ra : $\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AD} = \frac{BA}{BC}$,

$\widehat{MAN} = \widehat{ABC}$ (cùng bù với $\widehat{BCD}$).

Do đó $\Delta MAN \backsim \Delta ABC$ (c.g.c).



Hình 93

58. (h. 94). Vẽ $BG \perp AC$.

$\Delta ABG \backsim \Delta ACE$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AG}{AE}$

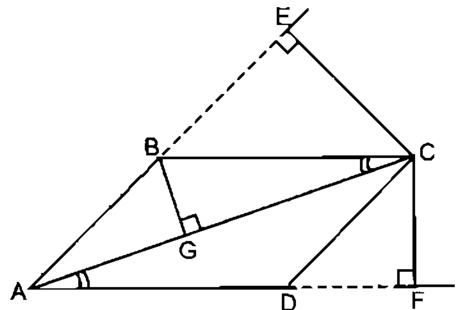
$\Rightarrow AB . AE = AC . AG$ (1)

$AF \parallel BC \Rightarrow \widehat{GCB} = \widehat{CAF}$ (so le trong).

Từ đó ta có :

$\Delta CBG \backsim \Delta ACF$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AF}{CG} = \frac{AC}{CB}$

$\Rightarrow BC . AF = AC . CG.$ (2)



Hình 94

Cộng các vế tương ứng của (1) và (2), ta có :

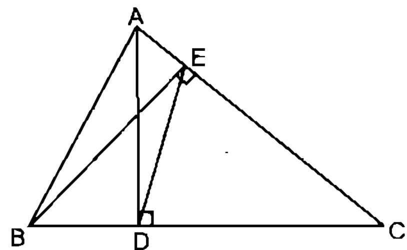
$AB . AE + BC . AF = AC(AG + CG).$

Vì AG + GC = AC, do đó suy ra

$AB . AE + BC . AF = AC^2.$

59. (h. 95). Hai tam giác ADC và BEC là hai tam giác vuông có góc C chung, do đó chúng đồng dạng với nhau :

$\Delta ADC \backsim \Delta BEC$ (g.g).



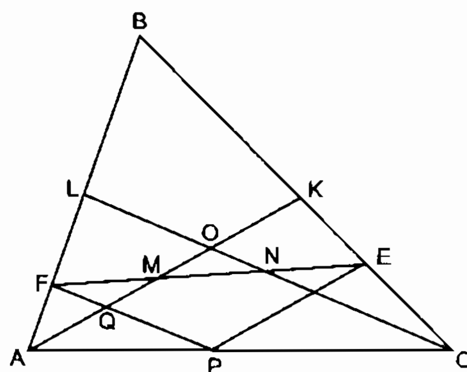
Hình 95

Từ đó suy ra :

$$\frac{AD}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{DC}{EC} \Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC}. \qquad (1)$$

Mặt khác, ΔABC và ΔDEC lại có góc $\widehat{C}$ chung. (2)

Vậy $\Delta DEC \backsim \Delta ABC$ (c.g.c).



Hình 96

60. (h. 96). $AK \,//\, PE \Rightarrow \frac{FM}{FE} = \frac{FQ}{FP}$ (1)

$CL \,//\, PF \Rightarrow \frac{FQ}{LO} = \frac{FP}{CL}$ (vì cùng bằng $\frac{AF}{AL}$)

$\Rightarrow \quad \frac{FQ}{FP} = \frac{LO}{CL} = \frac{1}{3}.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{FM}{FE} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow FM = \frac{1}{3}FE.$

Tương tự, ta cũng có $EN = \frac{1}{3}EF$ và do đó suy ra $MN = \frac{1}{3}EF$.

Vậy FM = MN = NE.

Chương IV

HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG. HÌNH CHÓP ĐỀU

ĐỀ BÀI

A. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

§1. Hình hộp chữ nhật

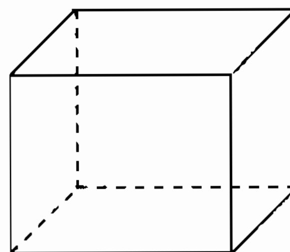
1. Điền thêm vào chỗ trống (...)

a) Tên gọi của hình 97...

b) Hình này có ... cạnh

c) Hình này có ... mặt

d) Hình này có ... đỉnh.

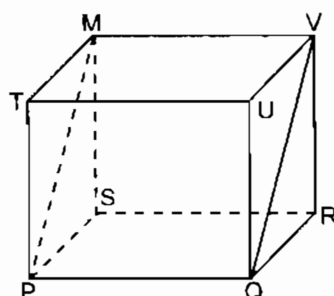

Hình 97

2. Xem hình 98. Hãy

a) Gọi tên các mặt phẳng chứa đường thẳng PR.

b) Gọi tên mặt phẳng chứa đường thẳng PR nhưng chưa thấy rõ trên hình vẽ.

c) Gọi tên mặt phẳng cùng chứa các đường thẳng PQ và MV.

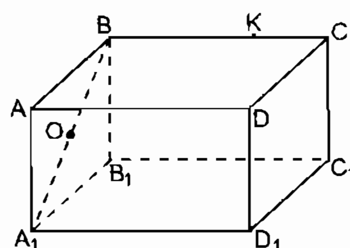


Hình 98

3. $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là một hình hộp chữ nhật (h. 99).

a) Nếu O là trung điểm của đoạn A_1B thì O có là điểm thuộc đoạn AB_1 hay không ?

b) K là điểm thuộc cạnh BC, liệu K có thể là điểm thuộc cạnh DD_1 hay không ?



Hình 99

4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (h. 99). Vẽ một đường chéo của mặt DCC_1D_1. Liệu đường chéo này có cắt các đường thẳng DC, D_1C, DD_1 hay không ?

5. Quan sát hình vẽ 100 và điền Đ (đúng) hoặc S (sai) vào ô vuông.

a) B, C là các điểm nằm trong mặt phẳng (P) ☐

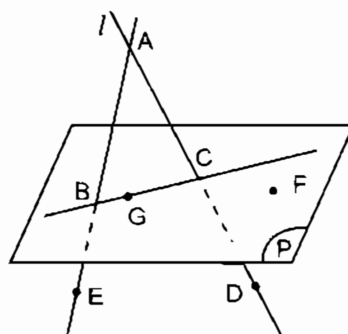
b) Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AB ☐

c) Đường thẳng *l* cắt AB ở điểm B ☐

d) A, B, C là ba điểm cùng nằm trên một mặt phẳng ☐

e) B, F và D là ba điểm thẳng hàng ☐

f) B, C, E và D là bốn điểm cùng nằm trên một mặt phẳng. ☐



Hình 100

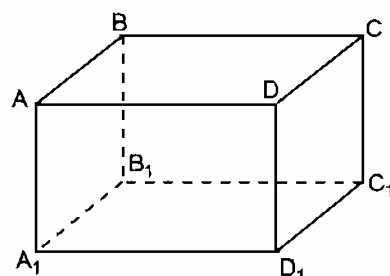
§2. Hình hộp chữ nhật (tiếp)

6. Chọn kết quả đúng trong các phát biểu dưới đây :

Hình hộp chữ nhật (h. 101) có số cặp mặt song song là :

(A) 2 ; (B) 3 ;

(C) 4 ; (D) 6.



Hình 101

7. Tìm trên hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (h. 101) một ví dụ cụ thể để chứng tỏ các mệnh đề sau đây là sai :

a) Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì cũng cắt đường thẳng kia.

b) Hai đường thẳng song song khi chúng không có điểm chung.

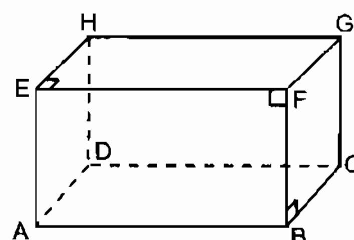
8. Quan sát hình hộp chữ nhật (h. 102).

a) Các cặp mặt phẳng nào song song với nhau ?

b) Các điểm D, H, G và C có cùng thuộc một mặt phẳng hay không ?

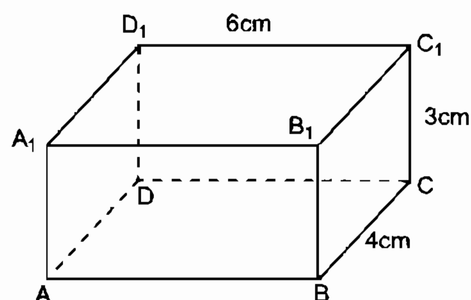
c) Các điểm D, H, G và F có cùng thuộc một mặt phẳng hay không ?

d) Câu hỏi tương tự như câu b), c) đối với các điểm A, B, G và H.



Hình 102

9. Tìm diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật theo các kích thước cho ở hình 103.



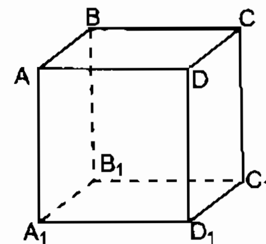
Hình 103

10. $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là một hình lập phương (h. 104).

a) Khi ta nối A với C_1 và B với D_1 thì hai đường thẳng AC_1 và BD_1 có cắt nhau hay không ?

b) AC_1 và A_1C có cắt nhau hay không ?

c) Câu hỏi tương tự như câu b) với BD_1 và A_1A.

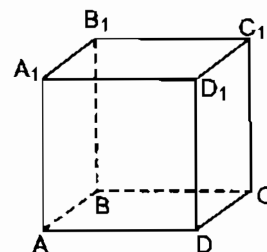


Hình 104

11. Quan sát hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (h. 105).

a) Đường thẳng A_1B_1 song song với những mặt phẳng nào ?

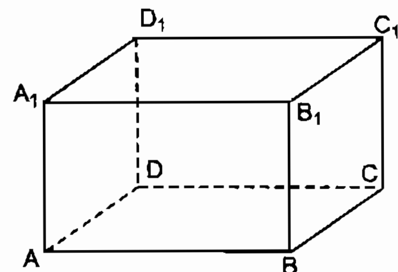
b) Liệu đường thẳng AC có song song với mặt phẳng $(A_1C_1B_1)$ hay không ?



Hình 105

12. Tìm trên hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (h. 106) một ví dụ cụ thể để chứng tỏ phát biểu sau đây là sai :

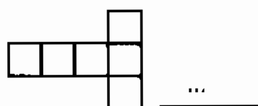
Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng song song thì song song với nhau.

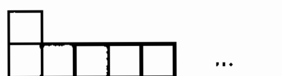


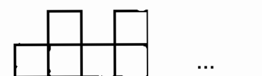
Hình 106

§3. Thể tích của hình hộp chữ nhật

13. Khi gấp và dán hình dưới đây (h. 107), hình nào tạo thành hình lập phương ? Hãy điền "có", "không" vào chỗ trống (...).



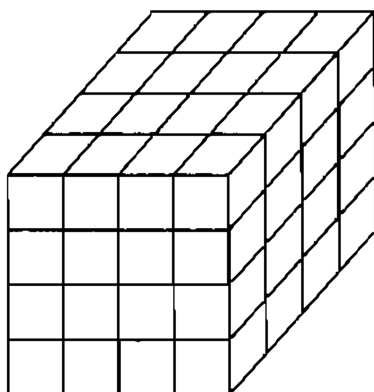


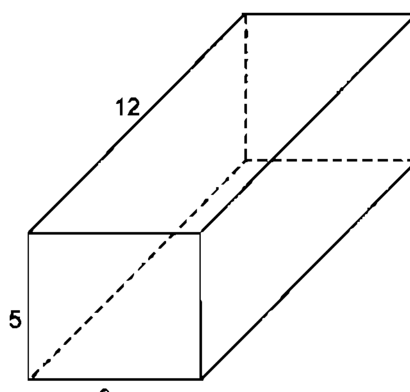


a) b) c)

Hình 107

14. Tìm số hình lập phương đơn vị (hình lập phương có cạnh là 1) ở các hình 108a) và b).





Hình 108

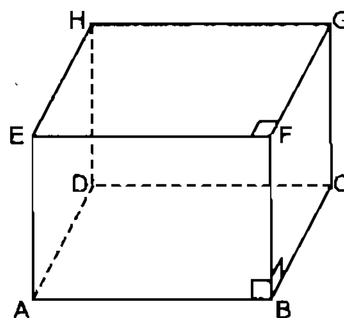
15. Từ một đoạn dây thép ngắn hơn 1,5m, liệu người ta có thể tạo ra được một cái khung hình lập phương có cạnh là 1dm được hay không ? (đoạn dây thép để nguyên, không cắt).

16. Quan sát hình hộp chữ nhật (h. 109) và trả lời các câu hỏi sau :

a) Ba đường thẳng nào cắt nhau tại điểm G ?

b) Hai mặt phẳng nào cắt nhau theo đường thẳng FB ?

c) Mặt phẳng (EFBA) và mặt phẳng (FGCB) cắt nhau theo đường thẳng nào ?



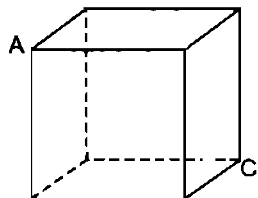
Hình 109

17. Cạnh của hình lập phương bằng $\sqrt{2}$ (h. 110). Như vậy độ dài đoạn AC_1 là :

(A) 2 ; (B) $2\sqrt{6}$;

(C) $\sqrt{6}$; (D) $2\sqrt{2}$.

Kết quả nào trên đây là đúng ?



Hình 110

18. Một hình hộp chữ nhật có các kích thước như hình 111.

Để xếp kín hình hộp đã cho bằng những hình hộp chữ nhật có các kích thước dài 8cm, rộng 6cm, cao 4cm thì số hình hộp cần phải có là :

(A) 125 ;

(B) 100 ;

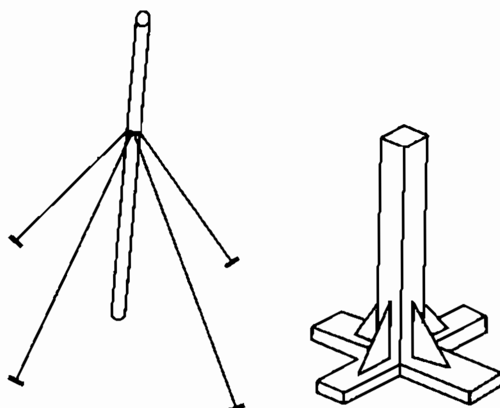
(C) 50 ;

(D) 25.

Kết quả nào trên đây là đúng ?

Hình 111

19. Hãy giải thích vì sao : Để cột đứng thẳng hoặc khi làm đế của chân bàn, người ta lại néo cái cọc, đóng mộng chân bàn như hình 112 ?

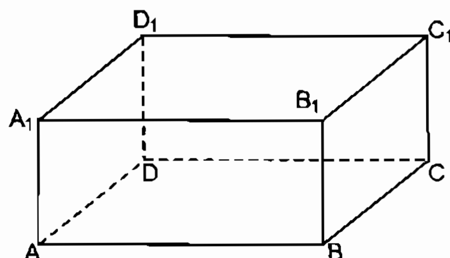


Hình 112

20. Từ một tờ giấy hình vuông kích thước 3×3 liệu có thể gấp để tạo thành một hình lập phương đơn vị hay không ? (có thể làm nắp rời)

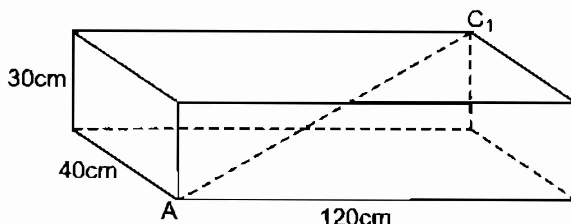
21. Tìm trên hình hộp chữ nhật $ABCD . A_1B_1C_1D_1$ (h. 113) một ví dụ cụ thể để chứng tỏ mệnh đề sau là sai :

Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.



Hình 113

22. Các kích thước của một hình hộp chữ nhật như ở hình 114, độ dài đoạn AC_1 là :



Hình 114

(A) 190cm ; (B) 150cm ; (C) 130cm ; (D) 109cm.

Hãy chọn kết quả đúng.

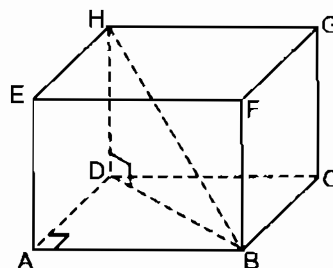
23. Quan sát hình 115 và điền vào chỗ trống (...) kết quả bằng số :

a) Nếu AB = 8cm và AD = 6cm thì DB = ...

và nếu HD = 5cm thì HB = ...

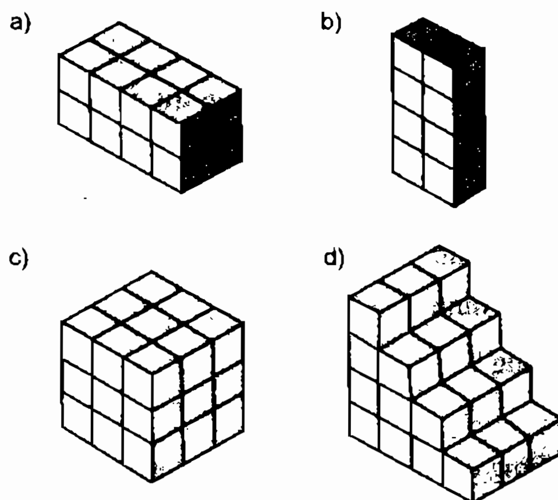
b) Nếu AB = 12cm và AD = 8cm thì DB = ...

và nếu HD = 9cm thì HB = ...



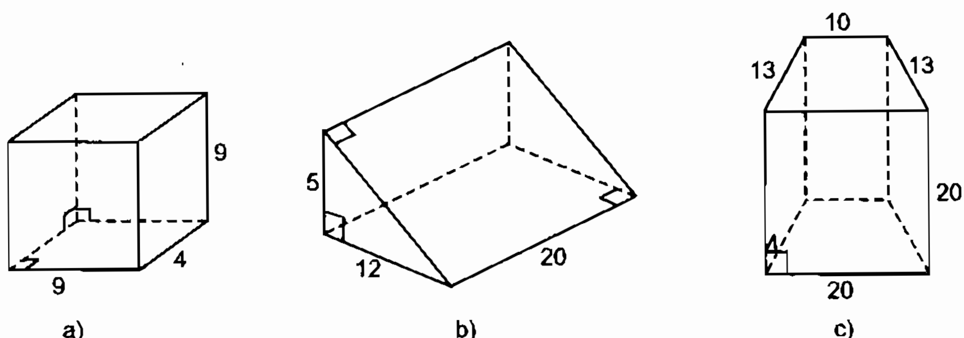
Hình 115

24. Trong các hình dưới đây (h. 116), mỗi hình gồm bao nhiêu đơn vị diện tích và bao nhiêu đơn vị thể tích (mỗi hình nhỏ là một hình lập phương đơn vị).



Hình 116

25. Cho các hình lăng trụ đứng với các kích thước như ở các hình 117a), b), c).



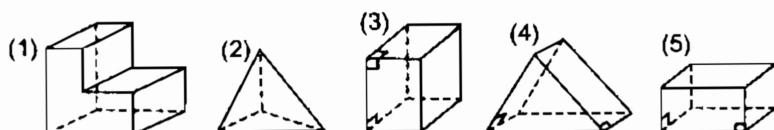
Hình 117

a) Hãy tìm diện tích xung quanh của mỗi hình.

b) Hãy tìm diện tích toàn phần của mỗi hình.

§4. Hình lăng trụ đứng

26. Trong các hình sau đây (h. 118), hình vẽ nào biểu diễn một hình lăng trụ đứng ?



Hình 118

27. Một lăng trụ đứng, đáy là tam giác thì lăng trụ đó có :

(A) 6 mặt, 9 cạnh, 5 đỉnh ;

(B) 5 mặt, 9 cạnh, 6 đỉnh ;

(C) 6 mặt, 5 cạnh, 9 đỉnh ;

(D) 5 mặt, 6 cạnh, 9 đỉnh.

Ý nào ở trên là đúng ?

28. Hãy cho biết :

a) Một lăng trụ đứng có sáu mặt thì đáy của lăng trụ đó là hình gì ?

b) Một lăng trụ đứng có tám mặt thì đáy của lăng trụ đó là hình gì ?

29. Hình 119 biểu diễn một lăng trụ đứng, đáy là tam giác. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng ?

(A) Các cạnh bên AB và AD vuông góc với nhau ;

(B) Các cạnh bên BE và EF vuông góc với nhau ;

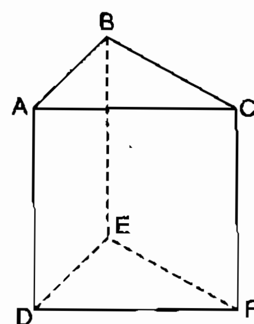
(C) Các cạnh bên AC và DF vuông góc với nhau ;

(D) Các cạnh bên AC và DF song song với nhau ;

(E) Hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) song song với nhau ;

(G) Hai mặt phẳng (ACFD) và (BCFE) song song với nhau ;

(H) Hai mặt phẳng (ABED) và (DEF) vuông góc với nhau.



Hình 119

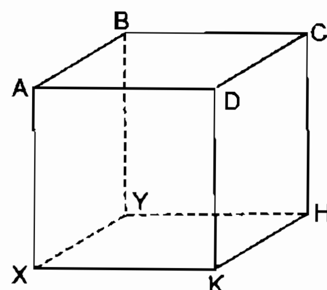
30. ABCD.XYHK là một lăng trụ đứng, đáy là hình chữ nhật (h. 120).

a) Quan sát hình và chỉ ra những cặp mặt phẳng song song với nhau.

b) Những cặp mặt phẳng nào vuông góc với nhau ?

c) Hai mặt (BCHY) và (KXYH) có vuông góc với nhau hay không ?

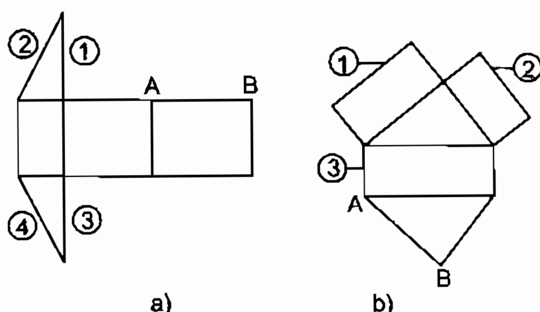
d) Sử dụng kí hiệu // và ⊥ để điền vào các ô trống ở bảng sau :



Hình 120

Đường thẳng / Mặt phẳng	AX	BY	CH	DK	XY	YH	HK	XK
(ABCD)								
(XYHK)								
(CDKH)								

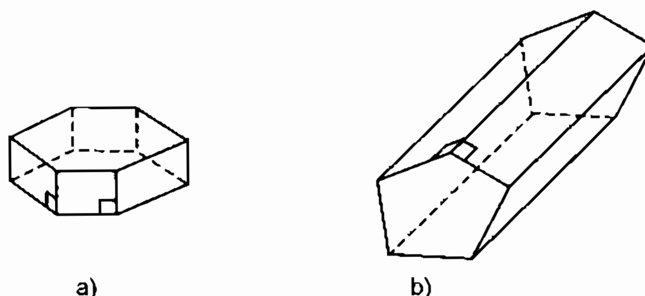
31. Quan sát các hình khai triển trên hình 121 rồi cho biết : Cạnh nào sẽ được ghép với cạnh AB để có được hình lăng trụ đứng ? (Sử dụng các số cho trên hình).



Hình 121

§5. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng

32. Quan sát các hình lăng trụ đứng trên hình 122 rồi điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng dưới đây :



Hình 122

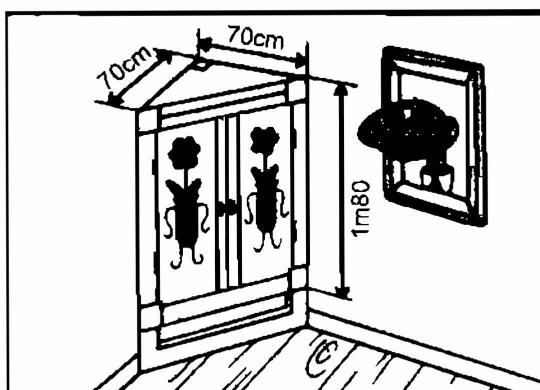
Hình lăng trụ	Số cạnh của một đáy (n)	Số mặt (m)	Số đỉnh d	Số cạnh c
a)				
b)				

a) Viết các công thức liên hệ giữa n, m, d, c.

b) Hình lăng trụ đứng có 20 đỉnh thì có bao nhiêu mặt, bao nhiêu cạnh ?

c) Có thể làm được một hình lăng trụ đứng có 15 đỉnh hay không ?

33. Diện tích toàn phần của cái tủ tường hình lăng trụ đứng như ở hình 123 là bao nhiêu ? (Tính theo các kích thước ở hình vẽ).

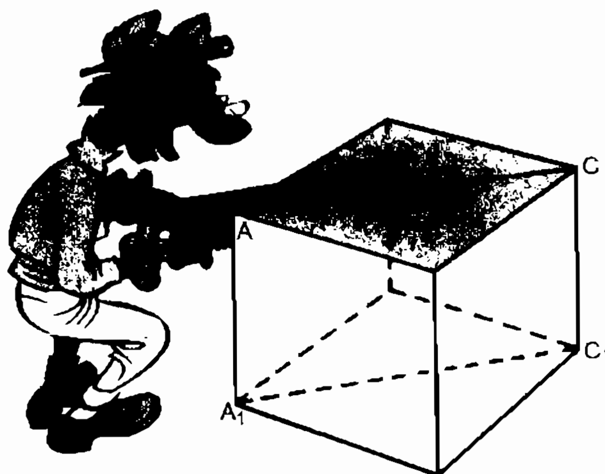


Hình 123

34. Người ta cắt một khối gỗ có dạng một hình lập phương như hình 124 (cắt theo mặt (ACC_1A_1) và được hai lăng trụ đứng).

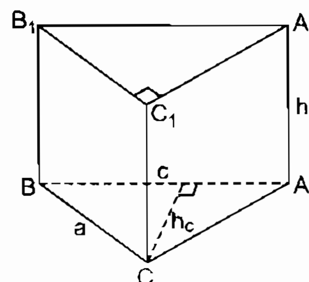
a) Đáy của lăng trụ đứng nhận được là tam giác vuông, tam giác cân, hay là tam giác đều ?

b) Các mặt bên của mỗi lăng trụ đứng nhận được có phải tất cả đều là hình vuông hay không ?



Hình 124

35. Vẽ hình khai triển (cắt theo các cạnh B_1C_1, C_1C, CB và C_1A_1, CA) của lăng trụ đứng, đáy tam giác, có các kích thước cho như hình 125 với a = 5cm, c = 4,2cm, h_c = 4cm, h = 3,8cm.



Hình 125

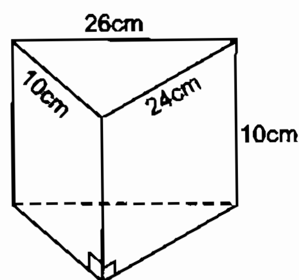
36. Một cái chặn giấy bằng thuỷ tinh hình lăng trụ đứng có các kích thước cho ở hình 126. Diện tích toàn phần của nó là :

(A) $840cm^2$; (B) $620cm^2$;

(C) $670cm^2$; (D) $580cm^2$;

(E) $600cm^2$.

Hãy chọn kết quả đúng.

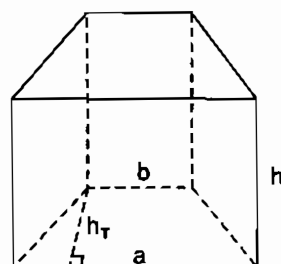


Hình 126

37. Đáy của lăng trụ đứng là một hình thang cân có các cạnh b = 11mm, a = 15mm và chiều cao h_T = 7mm (h. 127).

Chiều cao của lăng trụ là h = 14mm.

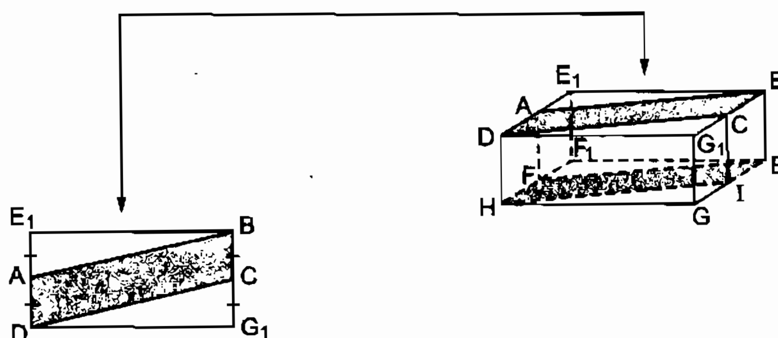
Tính diện tích xung quanh của lăng trụ.



Hình 127

38. Cho hình hộp chữ nhật $DE_1BG_1.HF_1EG$ có dạng như hình 128.

Người ta lấy các trung điểm A, C, I, F của các cạnh tương ứng thuộc đáy trên và đáy dưới. Hình DABC.HFEI nhận được là một lăng trụ đứng, một hình hộp chữ nhật, hay một hình lập phương ?



Hình 128

39. Một lăng trụ đứng lục giác đều có độ dài cạnh đáy là 6cm, chiều cao của lăng trụ là 10cm. Diện tích toàn phần của lăng trụ đó là (đơn vị cm^2) :

(A) $180 + 54\sqrt{3}$;

(B) $180 + 108\sqrt{3}$;

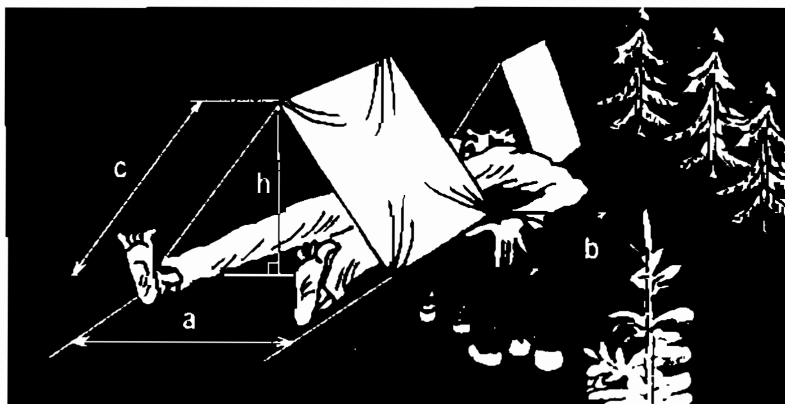
(C) $360 + 54\sqrt{3}$;

(D) $360 + 108\sqrt{3}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

§6. Thể tích của hình lăng trụ đứng

40. Hình 129 là một cái lều ở một trại hè, có dạng một lăng trụ đứng kèm theo các kích thước (xem bảng).



Hình 129

Sau đây là ba kiểu để học sinh lựa chọn

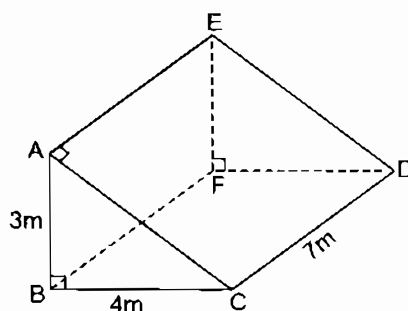
Kích thước / Kiểu	a (cm)	h (cm)	c (cm)	b (cm)
1	130	120	136	250
2	120	120	134	260
3	150	116	137	232

a) Với mỗi kiểu, hãy tính thể tích của lều.

b) Tính phần diện tích của lều nhận được ánh sáng từ Mặt Trời (phần này gồm hai hình chữ nhật và hai tam giác).

c) Với yêu cầu nói trên, nên chọn kiểu lều nào để thể tích của lều lớn nhất ?

41. Tìm diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng (theo các kích thước đã cho trên hình 130).



Hình 130

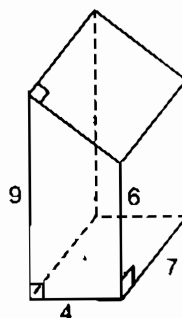
42. Diện tích toàn phần hình lăng trụ đứng, tính theo các kích thước cho trên hình 131 là :

(A) 228 ; (B) 240 ;

(C) 196 ; (D) 170 ;

(E) 210.

Hãy chọn kết quả đúng.

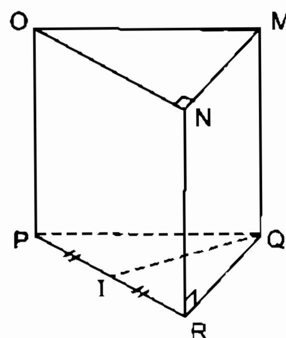


Hình 131

43. Quan sát hình lăng trụ đứng (h. 132). Các phát biểu sau đây đúng hay sai ?

a) Các cạnh QM và MO vuông góc với nhau.

b) MQ vuông góc với QI (I là trung điểm của PR).



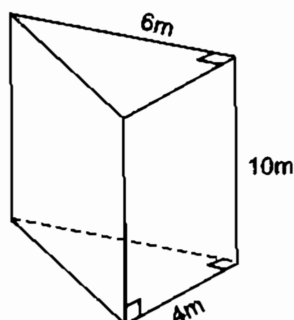
Hình 132

44. Thể tích hình lăng trụ đứng theo các kích thước ở hình 133 là :

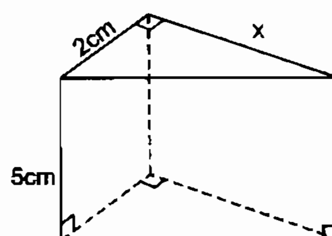
(A) $24m^3$; (B) $40m^3$;

(C) $120m^3$; (D) $240m^3$.

Kết quả nào đúng ?



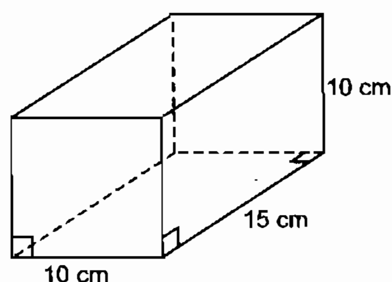
Hình 133



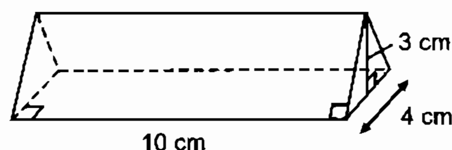
Hình 134

45. Tính giá trị của x theo các kích thước cho trên hình 134, biết thể tích hình lăng trụ đứng bằng $15cm^3$.

46. Tính thể tích (theo các kích thước) của các hình lăng trụ đứng sau đây (h. 135) :



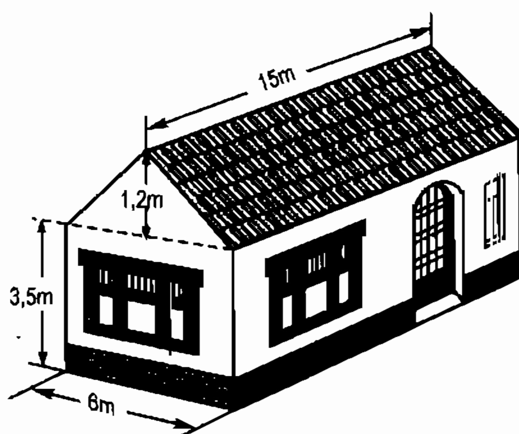
a)



b)

Hình 135

47. Tính thể tích phần không gian của ngôi nhà có dạng một lăng trụ đứng theo các kích thước đã cho ở hình 136.



Hình 136

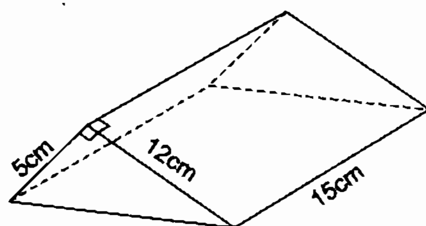
48. Lăng trụ đứng có kích thước như ở hình 137 thì thể tích của nó là :

(A) $390cm^3$; (B) $360cm^3$;

(C) $450cm^3$; (D) $420cm^3$;

(E) $410cm^3$.

Chọn kết quả đúng trong các số trên.



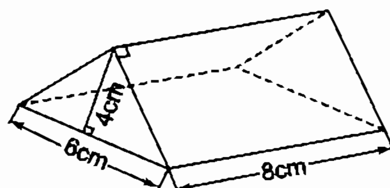
Hình 137

49. Theo các kích thước của lăng trụ đứng đáy tam giác cho trên hình 138 thì trong các số sau :

(A) $48cm^3$; (B) $96cm^3$;

(C) $192cm^3$; (D) $384cm^3$,

số nào là thể tích của nó ?



Hình 138

50. Một nhà kho có dạng một lăng trụ đứng như hình 139 với BC = ED = CD = 10 (m) và DH = 20 (m), AB = AE. Chiều cao từ đỉnh A đến nền nhà là 15 (m).

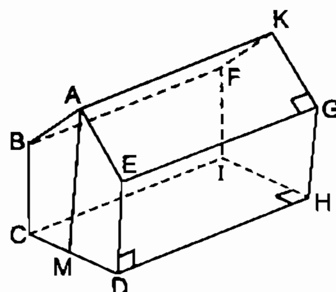
Thể tích nhà kho là (m^3) :

(A) 1800 ; (B) 2000 ;

(C) 2500 ; (D) 2200 ;

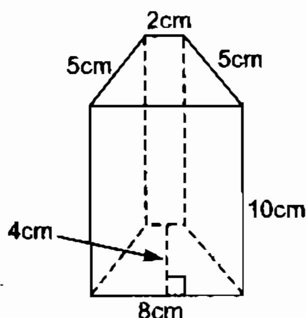
(E) 1600.

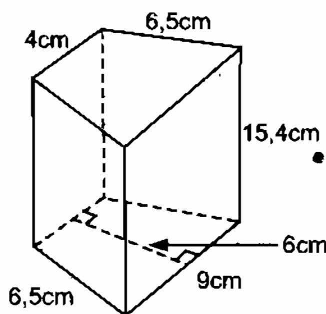
Số nào nói trên là kết quả đúng ?



Hình 139

51. Tính thể tích và diện tích toàn phần của các hình lăng trụ đứng có các kích thước như trên hình 140.





Hình 140

52. *Đố.* Ta có một cái khay hình hộp chữ nhật, dùng nó để lấy nước pha một dung dịch. Không sử dụng các dụng cụ đo, có thể đong được một lượng nước bằng mấy phần của khay ? (Không đánh dấu vào thành khay).

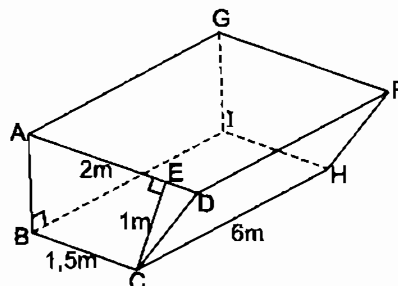
53. Thể tích của một lăng trụ đứng theo các kích thước như hình 141 là :

(A) $8m^3$; (B) $10{,}5m^3$;

(C) $12{,}2m^3$; (D) $11m^3$;

(E) $15m^3$.

Hãy chọn kết quả đúng.



Hình 141

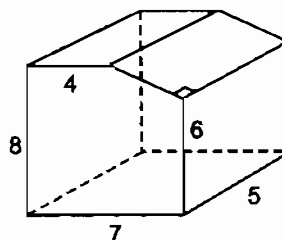
54. Thể tích của hình lăng trụ đứng được cho theo các kích thước ở hình 142 là :

(A) 180 ; (B) 210 ;

(C) 230 ; (D) 195 ;

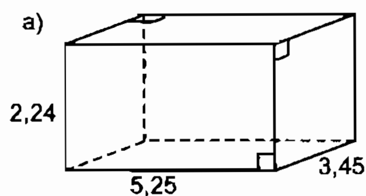
(E) 265.

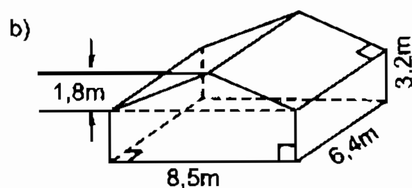
Kết quả nào đúng ?

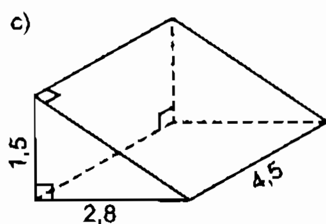


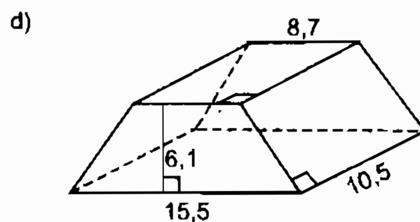
Hình 142

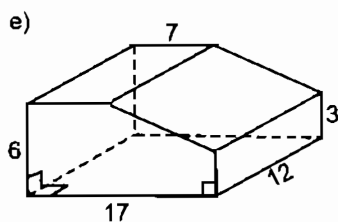
55. Hãy tính thể tích các hình dưới đây (h. 143) theo các kích thước cho trên hình vẽ.

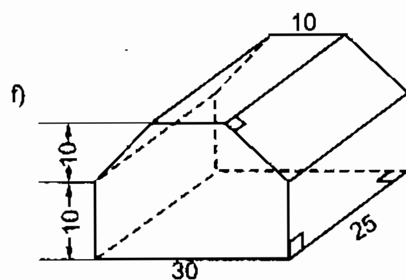


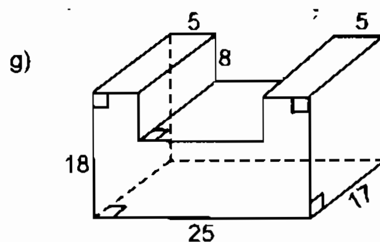












Hình 143

B. HÌNH CHÓP ĐỀU

§7. Hình chóp đều và hình chóp cụt đều

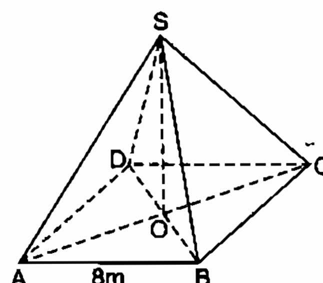
56. Hình chóp tứ giác đều S.ABCD (h. 144) có các mặt bên là những tam giác đều, AB = 8m, O là trung điểm của AC.

Độ dài đoạn SO là :

(A) $8\sqrt{2}$ m ; (B) 6m ;

(C) $\sqrt{32}$m ; (D) 4m.

Kết quả nào đúng ?



Hình 144

57. Hình chóp lục giác đều S.ABCDEH có AB = 6cm, cạnh bên SA = 10cm. Vậy chiều cao hình chóp là :

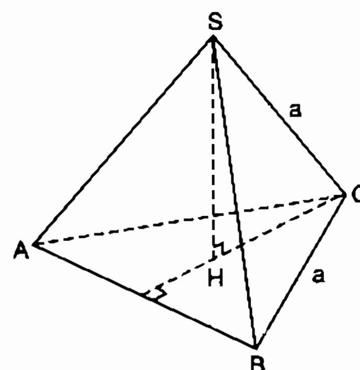
(A) 6cm ; (B) 8cm ;

(C) $\sqrt{91}$ cm ; (D) $\sqrt{136}$cm.

Hãy chọn kết quả đúng.

§8. Diện tích xung quanh của hình chóp đều

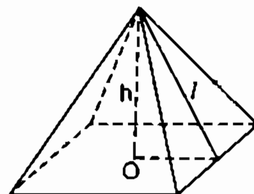
58. Tính diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều theo các kích thước cho ở hình 145.



Hình 145

59. Cho hình chóp tứ giác đều (h. 146). Xem hình và điền số thích hợp vào các ô còn trống ở bảng sau :

Chiều cao (h)	8	15		
Trung đoạn l	10		15	
Cạnh đáy		16	12	10
S_{xq}				120



Hình 146

60. Một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 6cm, chiều cao là 4cm thì diện tích xung quanh là :

(A) $128cm^2$; (B) $96cm^2$; (C) $120cm^2$;

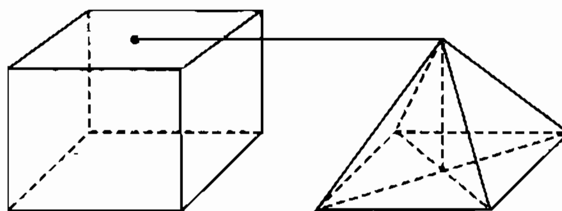
(D) $60cm^2$; (E) $84cm^2$.

Kết quả nào đúng ?

61. Hình chóp đều S.ABC có cạnh đáy a = 12cm, chiều cao h = 8cm. Hãy tính diện tích xung quanh của hình chóp đó.

§9. Thể tích của hình chóp đều

62. Một hình chóp tứ giác đều và một lăng trụ đứng tứ giác đều như hình 147 dưới đây (cạnh đáy và chiều cao bằng nhau) :



Hình 147

Nếu thể tích lăng trụ là V thì thể tích hình chóp là :

(A) V ; (B) $\frac{V}{2}$; (C) $\frac{V}{3}$; (D) $\frac{V}{4}$.

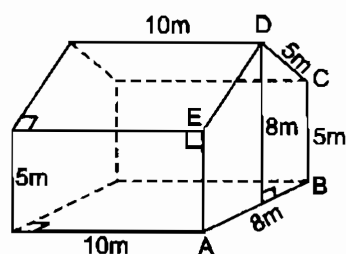
Hãy chọn kết quả đúng.

63. Một cái nhà kính trồng cây thí nghiệm có dạng một lăng trụ đứng có các kích thước như ở hình 148. EDC là một tam giác cân. Hãy tính :

a) Diện tích hình ABCDE.

b) Thể tích nhà kính.

c) Diện tích kính cần phải có để "lợp" hai mái và bốn bức tường nhà (không tính riềm, mép, ...).



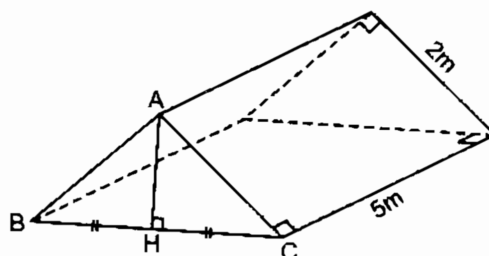
Hình 148

64. Hình 149 là chiếc lều ở một trại hè với các kích thước cho trên hình. ABC là một tam giác vuông cân.

a) Tính thể tích của lều.

b) Số vải bạt cần phải có để dựng lều đó là bao nhiêu ?

(Không tính các mép gấp đường viền, v.v...)



Hình 149

65. Xét các hình sau :

1) *Kim tự tháp Kê-ốp* (Thế kỉ 25 trước Công nguyên) là một hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng 233m, chiều cao hình chóp 146,5m.

a) Độ dài cạnh bên là bao nhiêu ?

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

c) Tính thể tích hình chóp.

2) *Kim tự tháp Lu-vrơ (Louvre)* (Xây dựng vào năm 1988).

Người ta làm mô hình một kim tự tháp ở cổng vào của bảo tàng Lu-vrơ (Pháp). Mô hình có dạng hình chóp đều chiều cao 21m, độ dài cạnh đáy là 34m.

a) Cạnh bên của hình chóp là bao nhiêu ?

b) Tính thể tích hình chóp.

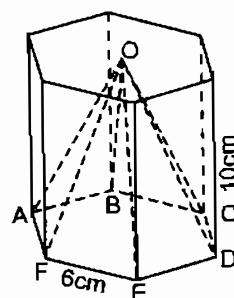
c) Tính tổng diện tích các tấm kính để phủ lên hình chóp này (S_{xq}).

66. Thể tích hình chóp đều cho theo các kích thước ở hình 150 là :

(A) $54\sqrt{3}\text{ cm}^3$; (B) $540\sqrt{3}\text{ cm}^3$;

(C) $180\sqrt{3}\text{ cm}^3$; (D) $108\sqrt{3}\text{ cm}^3$.

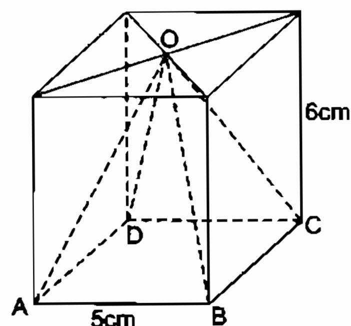
Hãy chọn kết quả đúng.



Hình 150

67. Tính thể tích hình chóp tứ giác đều O.ABCD :

(các kích thước cho trên hình 151).



Hình 151

68. Hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên là 5cm, chiều cao hình chóp là 4cm. Thể tích của hình chóp là :

(A) 30cm^3 ; (B) 24cm^3 ;

(C) 22cm^3 ; (D) 18cm^3 ;

(E) 15cm^3.

Hãy chọn kết quả đúng.

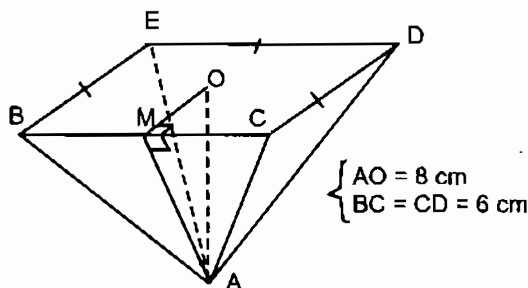
69. Tính diện tích toàn phần của các hình chóp đều sau đây :

a) Hình cho theo các kích thước trên hình 152.

b) Hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy 6cm, chiều cao hình chóp 5cm.

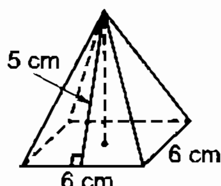
c) Hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy 20cm, chiều cao hình chóp 7cm.

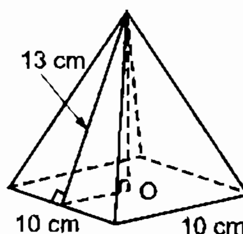
d) Hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy 1m, chiều cao hình chóp 50cm.



Hình 152

70. Tính thể tích và diện tích toàn phần các hình chóp đều dưới đây (theo các kích thước cho trên hình vẽ 153).





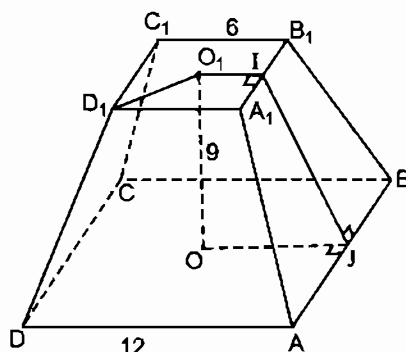
Hình 153

71. Tính diện tích toàn phần của hình chóp cụt đều cho theo các kích thước trên hình 154.

72. Cho hình chóp cụt tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có các cạnh đáy 5cm và 10cm, đường cao của mặt bên bằng 5cm. Hãy tính :

a) Diện tích xung quanh của hình chóp cụt.

b) Tính cạnh bên và chiều cao của hình chóp cụt.



Hình 154

Ôn tập chương IV

73. Xét hình lập phương (h. 155). Hãy chỉ ra :

a) Hai đường thẳng cắt nhau ;

b) Hai đường thẳng song song ;

c) Hai đường thẳng không cắt nhau và không nằm trong một mặt phẳng ;

d) Đường thẳng nằm trong mặt phẳng ;

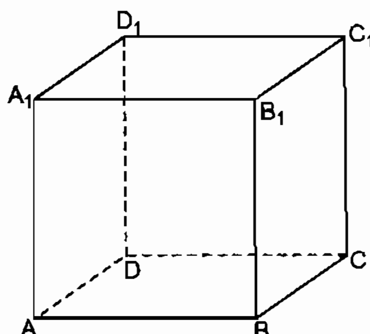
e) Đường thẳng không có điểm chung với mặt phẳng ;

f) Đường thẳng cắt mặt phẳng ;

g) Hai mặt phẳng cắt nhau ;

h) Hai mặt phẳng không cắt nhau ;

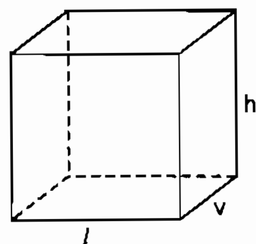
i) Hai mặt phẳng vuông góc với nhau.



Hình 155

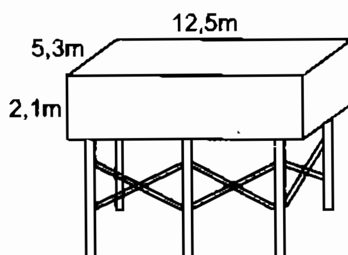
74. Trên hình 156 : l, v, h là ba kích thước của một hình hộp chữ nhật. Hãy điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng sau

l	25	8	15	8
v	20	4		6
h	10	6	4	
S_{xq}			216	
S_{tp}				
V				576



Hình 156

75. "Bồn" đựng nước có dạng một hình lăng trụ đứng (h. 157) các kích thước cho trên hình.



Hình 157

a) Tính diện tích bề mặt của bồn (không tính nắp).

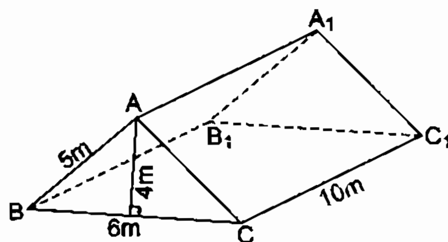
b) Tính thể tích của bồn.

c) Khi bồn đầy ắp nước thì nó chứa được bao nhiêu lít ?

d) Lượng sơn cần thiết để sơn cả mặt trong lẫn mặt ngoài của bồn là bao nhiêu (một lít sơn phủ được $16m^2$).

e) Một vòi bơm với công suất 125 lít/phút, để bơm một lượng nước vào bồn lên đến độ cao cách thành bồn là 1,05 mét thì phải mất bao lâu ? (bồn không chứa nước).

76. Tính diện tích toàn phần của lăng trụ đứng theo các kích thước cho ở hình 158 :

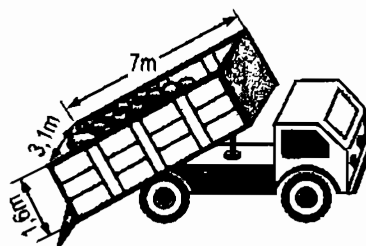


Hình 158

77. Thùng của một xe tải có dạng một hình lăng trụ đứng (h. 159) các kích thước cho ở trên hình.

a) Tính thể tích của thùng chứa.

b) Nếu $1m^3$ cát nặng 1,6 tấn và xe chở đến $\frac{3}{4}$ trọng tải của nó thì sức nặng của cát lúc đó là bao nhiêu ?



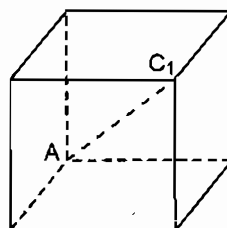
Hình 159

c) Khi cát được san phẳng chở đầy thì phần diện tích của nó bên trong thùng xe là bao nhiêu ?

78. Độ dài đường chéo AC_1 (h. 160) của một hình lập phương là $\sqrt{12}$.

a) Độ dài mỗi cạnh là bao nhiêu ?

b) Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình lập phương.



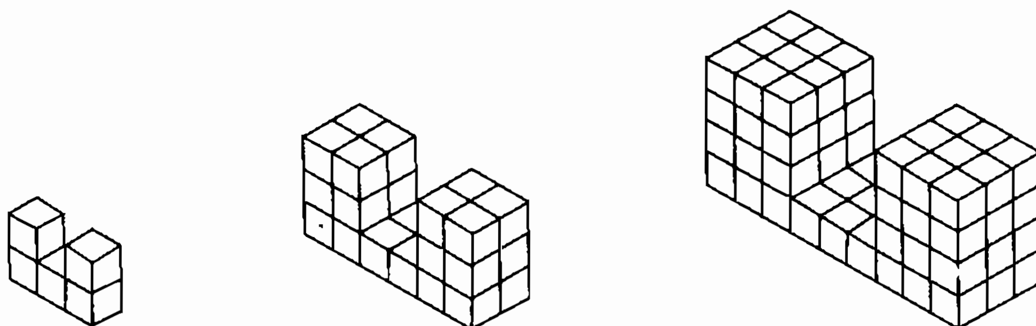
Hình 160

79. Hãy quan sát ba hình dưới đây (h. 161), trong đó các hình lập phương đơn vị được xếp theo dạng hình chữ U.

Số các hình lập phương đã xếp tăng lên theo quy luật

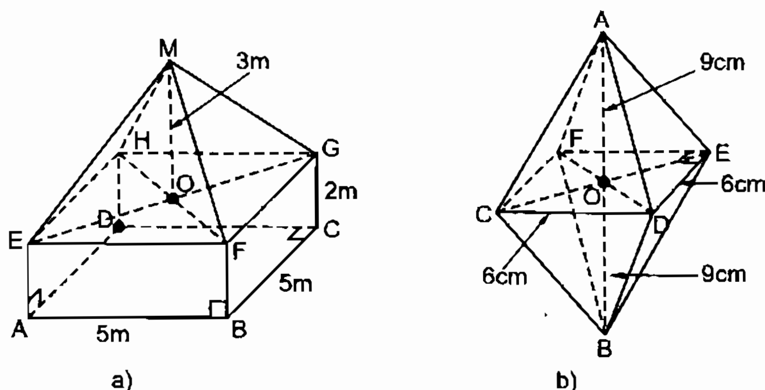
5 hình → 28 hình → 81 hình.

Nếu theo quy luật này thì có bao nhiêu hình lập phương đơn vị ở hình thứ 10 ?



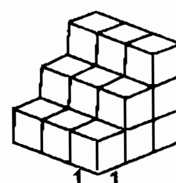
Hình 161

80. Hãy tìm diện tích mặt ngoài theo các kích thước cho ở hình 162. Biết rằng hình a) gồm một hình chóp đều và một hình hộp chữ nhật, hình b) gồm hai hình chóp đều.



Hình 162

81. Số hình lập phương đơn vị ở hình dưới đây (h. 163) là bao nhiêu (mỗi hình lập phương nhỏ là một hình lập phương đơn vị) ?



Hình 163

82. Cho biết hộp có dạng hình hộp chữ nhật, độ dài đường chéo là 50cm. Hãy tìm các kích thước của hai hình hộp như vậy.

(*HD :* Đây là một bài toán mở, hãy chọn hai trong ba kích thước của hình hộp có thể chấp nhận được, từ đó tính kích thước còn lại).

83. Một hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, chiều cao lăng trụ là 7cm. Độ dài hai cạnh góc vuông của đáy là 3cm và 4cm.

Hãy tính :

a) Diện tích một mặt đáy.

b) Diện tích mặt xung quanh.

c) Diện tích toàn phần.

d) Thể tích lăng trụ.

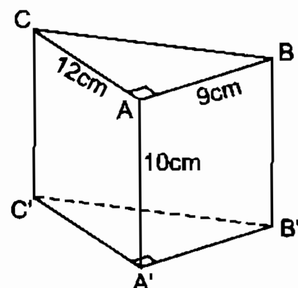
84. Tìm diện tích toàn phần và thể tích của lăng trụ đứng có các kích thước như ở hình 164.

85. Một hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài cạnh đáy là 10cm, chiều cao hình chóp là 12cm.

Tính :

a) Diện tích toàn phần của hình chóp.

b) Thể tích hình chóp.

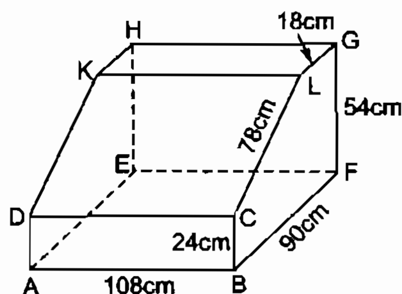


Hình 164

86. Người ta vẽ phần trên của một cái bàn học có dạng một lăng trụ đứng theo hình 165. Các kích thước của nó là :

AB = 108cm, BC = 24cm, BF = 90cm, FG = 54cm, LG = 18cm, LC = 78cm.

Các cạnh AB, DC, EF, HG và KL đều vuông góc với mặt phẳng (ADKHE) và LG song song với BF.



Hình 165

Hãy tính :

a) Diện tích hình chữ nhật CDKL ;

b) Diện tích hình thang BCLGF ;

c) Thể tích hình lăng trụ đứng ADKHE.BCLGF.

87. Thể tích của một hình chóp đều là 126cm^3, chiều cao của hình chóp là 6cm. Như vậy :

Trong các số dưới đây, số nào là diện tích đáy của nó ?

(A) 45cm^2 ; (B) 52cm^2 ; (C) 63cm^2 ;

(D) 60cm^2 ; (E) 50cm^2.

88. Cho hình chóp cụt tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có các cạnh đáy là a và 2a, chiều cao của mặt bên là a.

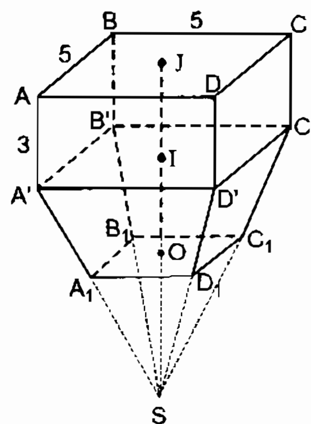
a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp cụt.

b) Tính độ dài cạnh bên và chiều cao hình chóp cụt.

89. Cần phải đo đường chéo của một viên gạch có dạng hình hộp chữ nhật mà chỉ được phép sử dụng thước có chia vạch thì phải làm như thế nào ? (không được cắt, xẻ...)

90. Tính thể tích của một trụ bê tông cho theo các kích thước ở hình 166, SJ = 9, OI = IJ.

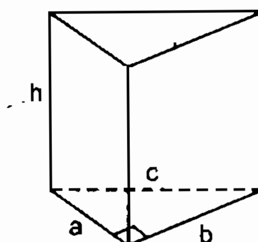
Phần trên là một hình hộp chữ nhật, phần dưới là một hình chóp cụt tứ giác đều.



Hình 166

Bài tập bổ sung

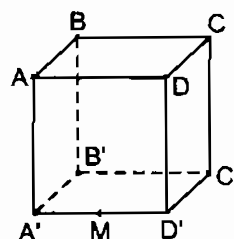
IV.1. Quan sát hình lăng trụ đứng tam giác ở hình bs.15 rồi điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng sau :



Hình bs.15

a	9	....	20	63	....
b	40	12	....	....	45
c	....	37	....	65	....
h	8	....	....	....	13
Diện tích một đáy	....	....	210	....	....
Diện tích xung quanh	....	1512	....	....	....
Diện tích toàn phần	....	....	....	4464	....
Thể tích	....	....	3570	....	8190

IV.2*. Một con kiến đang ở vị trí M là trung điểm cạnh A'D' của một chiếc hộp hình lập phương ABCD.A'B'C'D' (h. bs.16). Con kiến muốn bò qua sáu mặt của chiếc hộp rồi quay trở về M. Tìm đường đi ngắn nhất của con kiến.



Hình bs.16

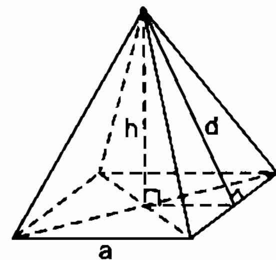
IV.3. Thể tích của một hình chóp tam giác đều thay đổi thế nào nếu ta tăng

a) gấp đôi chiều cao của hình chóp ;

b) gấp đôi cạnh đáy của hình chóp ;

c) gấp đôi cả chiều cao và cạnh đáy của hình chóp.

IV.4. Quan sát hình chóp tứ giác đều ở hình bs.17 rồi điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng sau :



Hình bs.17

a	6	....	....	32	....
d	....	....	15	....	17
h	4	6	....	....	....
Diện tích đáy	....	256	....	....	....
Diện tích xung quanh	....	....	720	....	544
Diện tích toàn phần	....	....	....	....	....
Thể tích	....	....	....	4096	....

IV.5. Cho hình chóp cụt đều có đáy là hình vuông, các cạnh đáy là a và b. Biết diện tích xung quanh bằng tổng diện tích hai đáy, tính chiều cao của hình chóp cụt đều.

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN HOẶC ĐÁP SỐ

A. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

§1. Hình hộp chữ nhật

1. Học sinh tự làm.

2. a) Có hai mặt phẳng chứa đường thẳng PR :

mp(PQRS) và mp(PRVT).

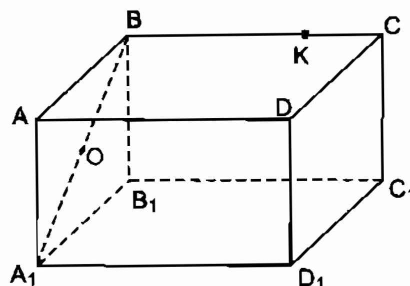
b) Ngoài mặt phẳng đáy (PQRS) chứa PR có thể thấy ngay thì mặt phẳng chưa thấy ngay lập tức là mp(PTVR).

c) Đó là mặt phẳng (PQVM).

3. Xem hình 167 :

a) Mặt bên của hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là một hình chữ nhật, như vậy A_1B là một đường chéo, do đó O cũng là trung điểm của đường chéo còn lại AB_1. Vậy O thuộc đoạn AB_1.

b) Không. Vì K không thuộc mặt phẳng (DCC_1D_1) mà DD_1 là một đường thẳng thuộc mặt phẳng đó.



Hình 167

4. • Đường chéo D_1C hay đường chéo DC_1 đều cắt cạnh DC.

• Nếu vẽ đường chéo DC_1 thì DC_1 cắt D_1C ở điểm O', nếu vẽ đường chéo D_1C thì nó trùng với D_1C.

• Đường chéo D_1C hay đường chéo DC_1 đều cắt cạnh DD_1.

5. a) Đúng ; b) Sai

c) Sai ; d) Đúng

e) Sai ; f) Đúng.

§2. Hình hộp chữ nhật (tiếp)

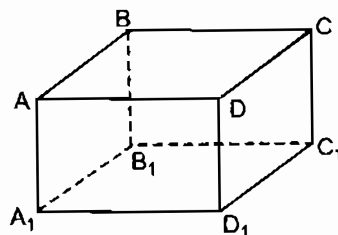
6. Kết quả đúng : chọn (B) 3.

7. Quan sát hình hộp chữ nhật (h. 168).

a) Chẳng hạn AB // DC và BB_1 cắt AB nhưng nó không cắt DC.

Mệnh đề a) sai.

b) Chẳng hạn hai đường thẳng DC và BB_1 không có điểm chung nhưng chúng không song song. Mệnh đề b) sai.



Hình 168

8. a) mp(ABCD) và mp(EFGH) ;

mp(FGCB) và mp(EHDA) ;

mp(HGCD) và mp(EFBA).

b) Có cùng thuộc mp(DHGC).

c) Không.

d) Có cùng thuộc mp(ABGH).

9. Bạn đọc tự tính toán. *ĐS* : 108cm^2.

10. a) Bốn điểm A, B, C_1, D_1 thuộc một mặt phẳng. Dễ thấy ABC_1D_1 là một hình bình hành có AC_1 và BD_1 là hai đường chéo nên chúng cắt nhau.

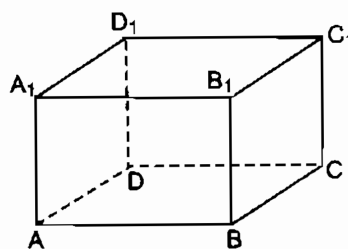
b) Tương tự câu a) AC_1 và A_1C là hai đường chéo của hình chữ nhật ACC_1A_1, nên chúng cắt nhau.

c) Không cắt nhau.

11. a) Bạn đọc tự làm.

b) AC // A_1C_1, AC không thuộc mp($A_1C_1B_1$) suy ra AC // mp($A_1C_1B_1$).

12. Xem hình 169. Ta có B_1C_1 nằm trong mp($A_1B_1C_1D_1$), DC nằm trong mp(ABCD) mà mp($A_1B_1C_1D_1$) // mp(ABCD) nhưng B_1C_1 không song song với DC.



Hình 169

§3. Thể tích của hình hộp chữ nhật

13. Đáp : a) Có ; b) Không ; c) Không.

14. Bạn đọc tự tính toán :

a) 64 ; b) 360.

15. Khung của hình lập phương gồm 12 cạnh, mỗi cạnh có độ dài là 1dm, như vậy cần ít ra là 1,2m. Tuy nhiên, "để lượn qua" hết cả khung mà không được cắt dây thì cần phải có ít ra là 3dm nữa, như vậy, không thể tạo ra khung với dây ngắn hơn 1,5m nếu không cắt dây thép.

16. a) HG, CG và FG.

b) Mặt phẳng (EFBA) và mặt phẳng (FGCB).

c) Hai mặt phẳng đã cho cắt nhau theo đường thẳng BF.

17. Chọn (C) $\sqrt{6}$.

Sử dụng định lí Py-ta-go (hoặc bài toán quan trọng ở sách giáo khoa).

18. Tương tự như bài 14 (với đơn vị đo cụ thể).

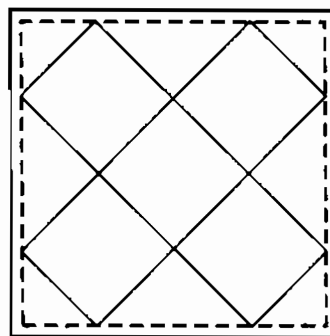
Thể tích hình hộp nhỏ : 8 . 6 . 4 = 192 (cm^3).

Thể tích hình hộp đã cho : 40 . 30 . 20 = 24000 (cm^3).

Kết quả đúng : (A) 125.

19. Cái cọc và chân bàn đều vuông góc với mặt phẳng (mặt đất). Để cọc và chân bàn đứng vững người ta dùng ít nhất ba điểm định vị không thẳng hàng trên mặt đất.

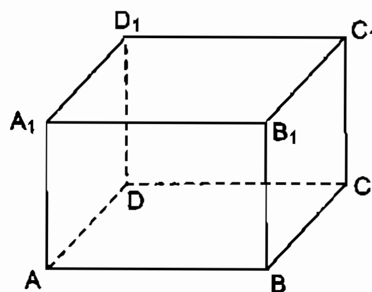
20. *HD :* Khai triển hình lập phương đơn vị không kể nắp và trải phẳng ra trên tờ giấy (h. 170). Quan sát hình vẽ ta thấy hình chữ thập có thể đặt gọn vào trong tờ giấy, cách mép tờ giấy $\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\right)$ đơn vị dài. Ở bốn góc của tờ giấy, còn thừa bốn tam giác vuông đủ để dán lại thành cái nắp hộp (mặt thứ sáu).



Hình 170

Trả lời : Có thể gấp được hình lập phương đơn vị từ một tờ giấy hình vuông kích thước 3 × 3.

21. (h. 171) $A_1A \perp AB$ và $A_1A \perp AD$ nhưng AB và AD không song song với nhau.



Hình 171

Vậy mệnh đề sai.

22. Kết quả đúng : Chọn (C) 130cm. Ta có :

$$AC_1 = \sqrt{40^2 + 30^2 + 120^2} = \sqrt{16\ 900} = 130\ (cm).$$

(Sử dụng định lí Py-ta-go).

23. a) DB = 10 (cm) và HB = $\sqrt{125}$ (cm).

b) DB = $\sqrt{208}$ (cm) và HB = 17 (cm).

24. a) Hình a) có kích thước là 4 ; 2 và 2 đơn vị dài.

Diện tích hình a) gồm :

– Bốn mặt hình chữ nhật kích thước 4 × 2 có diện tích là :

$$4 . (4 . 2) = 32 \text{ (đơn vị diện tích).}$$

– Hai mặt hình vuông kích thước 2 × 2 có diện tích là :

$$2 . (2 . 2) = 8 \text{ (đơn vị diện tích).}$$

Vậy hình a) có diện tích là :

$$32 + 8 = 40 \text{ (đơn vị diện tích).}$$

Thể tích hình a) là :

$$V = 4 . 2 . 2 = 16 \text{ (đơn vị thể tích).}$$

b) Tương tự câu a) diện tích hình b) là 28 đơn vị diện tích.

Thể tích hình b) là V = 1 . 2 . 4 = 8 (đơn vị thể tích).

c) Hình c) có kích thước là 3 ; 3 và 3 đơn vị dài.

Như vậy mỗi mặt có 3 . 3 đơn vị diện tích.

Hình c) có 6 mặt nên có 54 đơn vị diện tích.

Thể tích hình c) là V = 3 . 3 . 3 = 27 (đơn vị thể tích).

d) Hình d) có 68 đơn vị diện tích và 30 đơn vị thể tích.

25. *ĐS :*

Hình / Diện tích	a)	b)	c)
S_{xq}	234	600	1120
S_{tp}	306	660	1480

§4. Hình lăng trụ đứng

26. Hình 3, 4, 5.

27. Chọn (B) : 5 mặt, 9 cạnh, 6 đỉnh.

28. a) Bạn đọc nên minh hoạ bằng hình vẽ, chẳng hạn hình hộp chữ nhật, hình lập phương (đáy là một tứ giác).

ĐS : Đáy là một tứ giác.

b) Đáy là một lục giác.

29. (A) Sai : AB không là cạnh bên.

(B) Sai : EF không là cạnh bên.

(C) Sai : AC và DF không là cạnh bên, không vuông góc với nhau.

(D) Sai : AC và DF không là cạnh bên.

(E) Đúng.

(G) Sai.

(H) Đúng.

30. Bạn đọc tự làm.

31. a) Cạnh (2) sẽ được ghép với cạnh AB ;

b) Cạnh (1) sẽ được ghép với cạnh AB.

§5. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng

32. Đối với việc điền vào bảng bạn đọc tự làm.

a) $m = n + 2$, $d = 2n$, $c = 3n$.

b) Hình lăng trụ có 20 đỉnh thì có 12 mặt, 30 cạnh.

c) Không. Số đỉnh của hình lăng trụ là một số chẵn.

33. *HD :* Hình cần tính diện tích là lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, hai cạnh góc vuông : 70cm và 70cm (chú ý nên tính gọn tam giác vuông cân), chiều cao 1,8m.

ĐS : $(30\,100 + 180\sqrt{9800})\ (cm^2)$.

34. a) Đáy của lăng trụ nhận được là tam giác vuông cân.

b) Các mặt bên nhận được có hai hình vuông và một hình chữ nhật.

35. Bạn đọc tự vẽ.

36. *HD :* Cần phải thận trọng khi tính diện tích tam giác đáy. Nên nhận xét !

($10^2 + 24^2 = 676 = 26^2$ nên đáy là tam giác vuông cạnh huyền 26).

ĐS : Kết quả đúng : chọn (A) $840cm^2$.

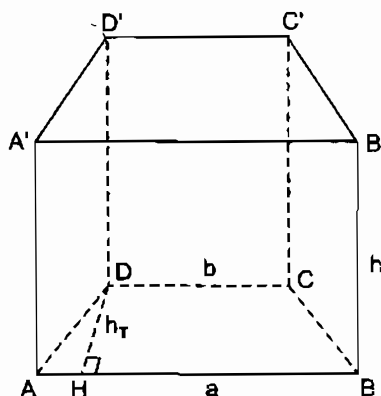
37. *HD :* Tự làm theo hướng dẫn ở hình 172. Để tính AD và CB, bạn đọc cần dựa vào tam giác vuông ADH, như vậy cần tính AH, ...

ĐS : $28(\sqrt{53} + 13)mm^2$.

38. Hình nhận được là một lăng trụ đứng DABC.HFEI. Các mặt bên đều là những hình chữ nhật, hai đáy là hai hình bình hành.

39. Chọn (D) $360 + 108\sqrt{3}$ (cm^2).

Cần tính diện tích một tam giác đều cạnh 6cm...



Hình 172

§6. Thể tích của hình lăng trụ đứng

40. *HD :*

a) Có thể coi lều là một lăng trụ đứng, đáy là một tam giác có một cạnh bằng c, một cạnh bằng a, chiều cao của đáy là h. Chiều cao lăng trụ bằng b. Sử dụng công thức tính thể tích lăng trụ.

b) Sử dụng công thức tính diện tích để suy ra kết quả.

c) Bạn đọc tự giải.

41. Diện tích toàn phần : $96m^2$.

42. Chọn (A) 228.

Trước hết hãy tính diện tích mặt đáy (một hình thang vuông, các cạnh đáy 9, 6, chiều cao 4). Các mặt khác đều là hình chữ nhật.

43. Quan sát hình và dễ thấy :

a) Đúng ;

b) Đúng.

44. *HD :* Đáy là tam giác vuông, các cạnh góc vuông là 4m và 6m, chiều cao lăng trụ là 10m.

ĐS : Chọn (C) $120m^3$.

45. *HD :* Bạn đọc tự tính.

Với chú ý V = Sh

mà $S = \frac{1}{2} . 2 . x$ (cm^2) và h = 5cm ; V = $15cm^3$.

46. *ĐS :* a) V = 10 . 15 . 10 = 1500 (cm^3) ;

b) V = $60cm^3$.

47. *HD :* Cần chia ngôi nhà ra làm hai phần :

– Một phần là lăng trụ đứng ; đáy của lăng trụ này là tam giác cân, cạnh đáy 6m, chiều cao của đáy 1,2m ; chiều cao lăng trụ 15m.

– Phần còn lại là hình hộp chữ nhật dài 15m, rộng 6m, cao 3,5m.

– Tính thể tích từng phần rồi cộng lại.

ĐS : $369m^3$.

48. *HD :* Để ý đáy là tam giác vuông, hai cạnh góc vuông là 5cm và 12cm ; chiều cao lăng trụ đứng là 15cm.

ĐS : Chọn (C) $450cm^3$.

49. *HD :* Để ý rằng mặt đáy của hình lăng trụ đứng là tam giác có cạnh đáy 6cm, chiều cao 4cm và chiều cao của lăng trụ đứng là 8cm.

ĐS : Chọn (B) $96cm^3$.

50. *HD :* Làm tương tự như bài 47.

ĐS : Chọn (C) $2500m^3$.

51. a) Hình đã cho là một lăng trụ đứng đáy là hình thang cân.

Cạnh đáy nhỏ 2cm, cạnh đáy lớn 8cm, chiều cao của hình thang cân là 4cm, chiều cao của hình lăng trụ 10cm.

Diện tích một đáy : $\frac{1}{2}(2 + 8).4 = 20$ (cm^2).

Diện tích xung quanh :

$$(2 + 8 + 5 + 5) . 10 = 200 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

• Diện tích toàn phần : 240 (cm^2).

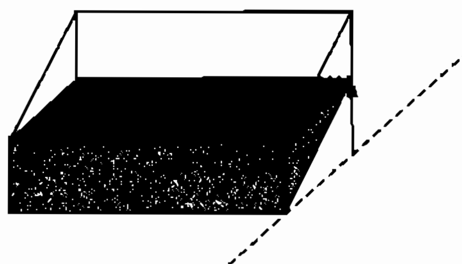
• Thể tích : 20 . 10 = 200 (cm^3).

b) Tương tự câu a) $S_{tp} = 478,4cm^2$, $V = 600,6cm^3$.

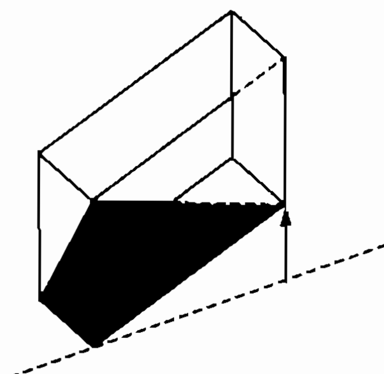
52. • Từ khay đầy, có thể rót ra đúng một nửa (h. 173a).

(Có thể rót nước còn lại ở khay ban đầu để có đúng $\frac{1}{6}$ khay nước (h. 173b).

Nếu có thêm một dụng cụ chứa khác thì có thể gộp những "phần nước" khác nhau của khay tức là một bội của $\frac{1}{6}$. Chẳng hạn : $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$... Ta sẽ lí giải được điều này khi học về thể tích hình chóp).



Hình 173a



Hình 173b

53. Chọn (B) $10{,}5m^3$.

54. *HD* : Cần phân hình đã cho thành hai lăng trụ đứng có cùng chiều cao là 5.

Đáy của lăng trụ thứ nhất là hình chữ nhật dài 8, rộng 4.

Đáy của lăng trụ thứ hai là hình thang vuông ; các cạnh đáy của hình thang vuông này là 8 và 6, chiều cao là 3.

ĐS : Chọn (E) 265.

55. a) Hình đã cho là một hình hộp chữ nhật.

Thể tích cần tính bằng :

$$V = 5{,}25 \,.\, 3{,}45 \,.\, 2{,}24 \approx 40{,}57.$$

b) Thể tích cần tính gồm một hình hộp chữ nhật và một lăng trụ đứng đáy tam giác.

Diện tích đáy tam giác :

$$\frac{1}{2} \,.\, 1{,}8 \,.\, 8{,}5 = 7{,}65.$$

Diện tích hình chữ nhật :

$$8{,}5 \,.\, 3{,}2 = 27{,}20.$$

Diện tích đáy : $27{,}20 + 7{,}65 = 34{,}85$.

Thể tích cần tính : $V = 34{,}85 \,.\, 6{,}4 = 223{,}04m^3$.

c) Thể tích cần tính : $V = \frac{1}{2} \,.\, 2{,}8 \,.\, 1{,}5 \,.\, 4{,}5 = 9{,}45$.

d) Diện tích đáy :

$$\frac{1}{2}(8,7 + 15,5).6,1 = 73,81.$$

Thể tích cần tính :

$$V = 73,81 . 10,5 = 775,005.$$

e) Có thể chia hình đã cho thành hai phần :

Phần một là một lăng trụ đứng, đáy là hình chữ nhật, các kích thước là 6 ; 7, chiều cao 12.

Phần hai là lăng trụ đứng chiều cao 12. Đáy là một hình thang, đáy trên và đáy dưới là 3,6. Chiều cao của hình thang là 10.

Cả hai lăng trụ đứng có chiều cao là 12.

Diện tích hình chữ nhật 6 . 7 = 42.

Diện tích hình thang $\frac{1}{2}(3 + 6) . 10 = 45$.

Diện tích đáy : 87.

Thể tích cần tính

$$V = 87 . 12 = 1044.$$

f) Có thể chia hình đã cho thành hai phần :

Phần một là một lăng trụ đứng, đáy là hình chữ nhật các kích thước là 10 và 30.

Phần hai cũng là một lăng trụ đứng, đáy là một hình thang. Đáy trên, đáy dưới dài 10 và 30, chiều cao hình thang này bằng 10.

Cả hai lăng trụ đứng có chiều cao là 25.

Diện tích hình thang $\frac{1}{2}(10 + 30).10 = 200$.

Diện tích hình chữ nhật 10 . 30 = 300.

Diện tích đáy 500.

Thể tích cần tính : V = 500 . 25 = 12500.

g) Có thể chia hình đã cho thành hai phần :

Phần một là một lăng trụ đứng. Đáy là một hình chữ nhật với các kích thước 10 và 25.

Phần hai là hai hình lăng trụ đứng, kích thước đáy là 5 và 8.

Các lăng trụ đứng có chiều cao là 17.

Diện tích hình chữ nhật : 25 . 10 = 250.

Diện tích đáy : 250 + 2 . 5 . 8 = 330.

Thể tích cần tính : V = 330 . 17 = 5610.

B. HÌNH CHÓP ĐỀU

§7. Hình chóp đều và hình chóp cụt đều

56. *HD :* Để ý rằng SOA là tam giác vuông ở O. Sử dụng định lí Py-ta-go vào tam giác này, cần biết OA.

ĐS : Chọn (C) $\sqrt{32}$ m.

57. Chọn (B) 8cm.

§8. Diện tích xung quanh của hình chóp đều

58. *HD :* Hình chóp đã cho có bốn mặt là những tam giác đều bằng nhau. Ta biết một tam giác đều cạnh bằng a thì diện tích của nó là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

ĐS : $a^2\sqrt{3}$.

59. Ta có bảng :

Chiều cao (h)	8	15	$\sqrt{189}$	$\sqrt{11}$
Trung đoạn (*l*)	10	**17**	15	**6**
Cạnh đáy	**12**	16	12	10
S_{xq}	**240**	**544**	**360**	120

60. Chọn (D).

61. Lấy I là trung điểm của BC (h. 174), ta có IB = 6cm.

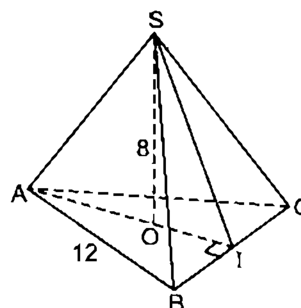
• Trong tam giác vuông AIB :

$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{12^2 - 6^2}$

$= \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108}$ (cm).

• Trong tam giác vuông SOI :

$OI = \frac{1}{3}AI = \frac{\sqrt{108}}{3}$ (cm).



Hình 174

$$SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \sqrt{8^2 + \left(\frac{\sqrt{108}}{3}\right)^2} = \sqrt{64 + 12} = \sqrt{76} \text{ (cm)}.$$

$S_{SBC} = SI.BI = 6.\sqrt{76} = 6\sqrt{76}$ (cm^2)

$S_{xq} = 3S_{SBC} = 3.6\sqrt{76} = 18\sqrt{76}$ (cm^2).

§9. Thể tích của hình chóp đều

62. Kết quả đúng : chọn (C) $\frac{V}{3}$.

63. *HD* : Cần phải phân chia hình vẽ ra hai phần, một phần là hình lăng trụ đứng đáy tam giác và một phần là hình hộp chữ nhật.

ĐS : a) 52m^2 ; b) 520m^3 ; c) 304m^2.

64. a) Lều có dạng một lăng trụ đứng :

$$S_{đáy} = \frac{1}{2}.2.2 = 2 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$V = 2 . 5 = 10 \text{ (m}^3\text{)}.$$

b) *HD* : Số vải bạt cần có để dựng lều chính là diện tích hai mặt bên và hai đầu hồi.

Để ý rằng các mặt bên đều là các hình chữ nhật có diện tích 2 . 5 = 10 (m^2).

ĐS : Số vải cần có :

$$2 . 10 + 2 . 2 = 24 \text{ (m}^2\text{)}.$$

65. 1) a) $\sqrt{48606,75} \approx 220,5$ (m).

b) $466\sqrt{35034,5} \approx 87223,6$ (m^2).

c) Diện tích đáy :

$$233 . 233 = 54\ 289 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Thể tích hình chóp :

$$\frac{1}{3} . 54\ 289 . 146,5 = 2651112,8 \text{ (m}^3\text{)}.$$

2) a) $\sqrt{1019} \approx 31,9$ (m).

b) 8092m^3.

c) $68\sqrt{730} \approx 1837,3$ (m^2).

66. Kết quả đúng : chọn (C) $180\sqrt{3}$ cm^3.

67. Ta có : $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}.5^2.h = \frac{1}{3}.5.5.6 = 50$ (cm^3).

68. Kết quả đúng : chọn (B) 24cm^3.

69. a) Theo hình 152 thì $AM \perp BC$.

Vì AO là đường cao của hình chóp nên trong tam giác vuông AOM, ta có :

$$AM^2 = AO^2 + OM^2 = 8^2 + 3^2 = 73.$$

Vậy $AM = \sqrt{73}$.

Do đó diện tích toàn phần của hình chóp là :

$$S_{tp} = S_{BCDE} + 4S_{ABC}$$

$$= 6.6 + 4.\left(\frac{6.\sqrt{73}}{2}\right) = 36 + 12\sqrt{73} \approx 138{,}5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) $36 + 12\sqrt{34} \approx 106$ (cm^2).

c) $40.\sqrt{149} + 400 \approx 888{,}3$ (cm^2).

d) $2\sqrt{0{,}5} + 1 \approx 2{,}4$ (m^2).

70. a) • Diện tích đáy của hình chóp đều :

$$S_đ = 6.6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Do chiều cao của một mặt bên là 5cm và cạnh đáy là 6cm nên dễ tính được chiều cao của hình chóp bằng 4cm.

Thể tích của hình chóp :

$$V_{chóp} = \frac{1}{3}.36.4 = 48 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

• Diện tích xung quanh của hình chóp :

$$S_{xq} = 4.\frac{1}{2}.6.5 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích toàn phần của hình chóp :

$$S_{tp} = 96\text{cm}^2.$$

b) Diện tích đáy của hình chóp đều :

$$S_đ = 10.10 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Chiều cao của hình chóp : $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$.

Thể tích của hình chóp :

$$V_{chóp} = \frac{1}{3} . 100 . 12 = 400 \ (cm^3).$$

• Diện tích xung quanh :

$$S_{xq} = 4 . \frac{1}{2} . 10 . 13 = 260 \ (cm^2).$$

Diện tích toàn phần của hình chóp :

$$S_{tp} = 360cm^2.$$

71. *HD :* Diện tích đáy trên : 6 . 6 = 36.

Diện tích đáy dưới : 12 . 12 = 144.

Ta tính đoạn IJ :

$$O_1I = 3 ;$$
$$OJ = 6.$$

Vậy $IJ = \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90}$.

Diện tích một mặt bên hình thang là

$$S = \frac{1}{2}(6 + 12).\sqrt{90} = 9\sqrt{90}.$$

Từ đó bạn đọc tính tiếp đến kết quả.

ĐS : $36\sqrt{90} + 180$.

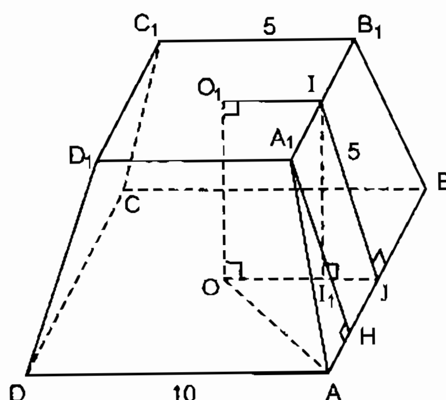
72. a) Hai đáy của hình chóp cụt đều là những hình vuông (h. 175) nên

$$S_{xq} = \frac{1}{2}(4 . 5 + 4 . 10) . 5 = 150 \ (cm^2).$$

b) • Từ tam giác vuông AA_1H

$AA_1 = \sqrt{AH^2 + A_1H^2}$ mà $AH = 2,5$

nên $AA_1 = \sqrt{5^2 + (2,5)^2} \approx 5,59$.



Hình 175

• Từ tam giác vuông II_1J ta có

$$OO_1 = \sqrt{IJ^2 - JI_1^2} = \sqrt{5^2 - (2,5)^2} = \sqrt{18,75} \approx 4,33.$$

Ôn tập chương IV

73. a) Hai đường thẳng cắt nhau : AA_1 và AD ;

AB và BC ; ...

b) Hai đường thẳng song song : AD và BC ;

BB_1 và DD_1 ...

c) AA_1 và BC, BB_1 và AD ; ...

d) AB nằm trong (ABC), AA_1 nằm trong (AA_1D_1) ;

e) AB và mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$;

BC và mặt phẳng (AA_1D_1) ; ...

f) AA_1 cắt mặt phẳng (ABC) tại A ;

CC_1 cắt mặt phẳng (ABC) tại C ; ...

g) Hai mặt phẳng (ABC) và (AA_1D_1).

Hai mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ và (BB_1C_1) ; ....

h) Mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$.

Mặt phẳng (AA_1B_1) và mặt phẳng (DD_1C_1) ; ....

i) Mặt phẳng (DCC_1D_1) và mặt phẳng (DCBA) ; ....

74.

l	25	8	15	8
v	20	4	**12**	6
h	10	6	4	**12**
S_{xq}	**900**	**144**	216	**336**
S_{tp}	**1900**	**208**	**576**	**432**
V	**5000**	**192**	**720**	576

75. a) Diện tích phần cần tính bằng diện tích xung quanh của hình cộng với diện tích một đáy :

$$2(5,3 + 12,5) . 2,1 + 12,5 . 5,3 = 141,01 \text{ } (m^2).$$

b) $V = 2,1 . 5,3 . 12,5 = 139,125 \text{ } (m^3)$.

c) 139 125 lít.

d) Diện tích phần cần sơn :

$$141,01 \cdot 2 = 282,02\ (m^2).$$

Số lít sơn cần có : khoảng 17,63 lít.

e) Thời gian cần bơm : Khoảng 9 giờ 16,5 phút.

76. • Diện tích đáy ABC :

$$S_1 = \frac{1}{2}.6.4 = 12\ (m^2).$$

• Diện tích mặt BCC_1B_1 :

$$S_2 = 6 \cdot 10 = 60\ (m^2).$$

• Diện tích AA_1C_1C :

$$S_3 = 10 \cdot 5 = 50\ (m^2).$$

Dễ thấy hai mặt AA_1B_1B và AA_1C_1C bằng nhau nên :

$$S_{tp} = 2S_1 + S_2 + 2S_3 = 2 \cdot 12 + 60 + 2 \cdot 50 = 184\ (m^2).$$

77. a) Thùng chứa có dạng một lăng trụ đứng

$$V = 1,6 \cdot 3,1 \cdot 7 = 34,72\ (m^3).$$

b) Cát nặng :

$$34,72 \cdot \frac{3}{4} \cdot 1,6 = 41,664\ \text{(tấn)}.$$

c) *HD :* Phần diện tích bên trong gồm diện tích xung quanh của một lăng trụ đứng với các kích thước 1,6 ; 3,1 và 7 mét, cùng với một hình chữ nhật, kích thước 3,1 và 7 mét.

ĐS : $S = 3,1 \cdot 7 + 2(3,1 + 7) \cdot 1,6 = 54,02\ (m^2)$.

78. a) Độ dài mỗi cạnh của hình lập phương là : 2 (đơn vị chiều dài).

b) – Thể tích hình lập phương : 8 (đơn vị thể tích).

– Diện tích toàn phần gần bằng 24 (đơn vị diện tích).

79. *Cách 1.* Khi ta vẽ hình thứ tư thì

Số hình lập phương đơn vị ở phía trái là $4 \cdot 5 \cdot 4 = 80$.

Số lập phương đơn vị ở phía phải cũng là 4 . 5 . 4 = 80.

Số hình lập phương đơn vị ở giữa là 16.

Vậy có tổng số là 176 hình lập phương đơn vị.

Theo quy luật thì ở hình thứ 10 :

Số hình lập phương đơn vị ở phía trái là : 10 . 11 . 10 = 1100.

Số hình lập phương đơn vị ở phía phải cũng là : 10 . 11 . 10 = 1100.

Số hình lập phương đơn vị ở giữa là : 10 . 10 = 100.

Vậy số hình lập phương đơn vị ở hình thứ 10 là :

$$1100 + 1100 + 100 = 2300.$$

Cách 2. (Dùng cho học sinh khá, giỏi) :

HD : Nhận xét khi n = 1 ta có $5 = 2 + 3 = 2 + 3.1 = 2.1^3 + 3.1^2$

n = 2 ta có $28 = 16 + 12 = 2.8 + 3.4 = 2.2^3 + 3.2^2$

n = 3 ta có $81 = 54 + 27 = 2.27 + 3.9 = 2.3^3 + 3.3^2$

n = 4 ta có $176 = 128 + 48 = 2.64 + 3.16 = 2.4^3 + 3.4^2$.

Dãy số 5, 28, 81, 176 có thể viết lại như sau :

$$2.1^3 + 3.1^2 ; 2.2^3 + 3.2^2 ; 2.3^3 + 3.3^2 ; 2.4^3 + 3.4^2.$$

Vậy công thức tổng quát để tính số hình lập phương là

$$2n^3 + 3n^2.$$

Theo đề bài thì hình thứ 10 có :

$2.10^3 + 3.10^2 = 2000 + 300 = 2300$ (hình lập phương đơn vị).

80. a) *HD :* Hình đã cho gồm một hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông cạnh bằng 5m, chiều cao 2m và một hình chóp tứ giác đều cạnh đáy là 5m và chiều cao hình chóp là MO = 3m.

Diện tích phần cần tính gồm :

- Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật là

$$4 . 5 . 2 = 40.$$

- Diện tích một đáy của hình hộp chữ nhật là :

$$5 . 5 = 25.$$

• Diện tích xung quanh của hình chóp đều :

Từ đề bài, chiều cao của một mặt bên là :

$$\sqrt{2,5^2 + 9} = \sqrt{15,25} \approx 3,9.$$

Vậy diện tích xung quanh của hình chóp đều là :

$$S_{xq} = 3,9 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \approx 39.$$

ĐS : Diện tích cần tính khoảng $104m^2$.

b) *HD :* Diện tích phần cần tính là hai lần diện tích xung quanh của một hình chóp tứ giác đều, có cạnh đáy bằng 6cm và chiều cao 9cm.

Từ giả thiết của đề bài, ta tính được chiều cao của một mặt bên :

$$\sqrt{9 + 81} = \sqrt{90} \approx 9,48.$$

Diện tích xung quanh của một hình chóp khoảng

$$4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9,48 \approx 114.$$

ĐS : Diện tích cần tính khoảng 228 (cm^2).

81. Lớp dưới cùng gồm : 3 . 3 (hình lập phương đơn vị).

Lớp ở giữa gồm : 3 . 2 (hình lập phương đơn vị).

Lớp trên cùng : 3 hình lập phương đơn vị.

Tổng cộng có 9 + 6 + 3 = 18 (hình lập phương đơn vị).

82. Có thể chọn :

* a = 20cm, b = 24cm khi đó

$$a^2 + b^2 + c^2 = 50^2 \text{ hay } 400 + 576 + c^2 = 50^2 = 2500$$

suy ra $c^2 = 1524$ vậy $c \approx 39$ (cm).

* a = 25, b = 15 vậy $a^2 + b^2 + c^2 = 50^2$

hay $625 + 225 + c^2 = 2500$ suy ra $c^2 = 1650$.

Vậy $c \approx 41$ (cm).

83. a) Diện tích một mặt đáy : $\frac{1}{2} . 3 . 4 = 6\ (cm^2)$.

b) Diện tích xung quanh

$$7(3 + 4 + 5) = 84\ (cm^2).$$

c) Diện tích toàn phần

$$84 + 2 . 6 = 96\ (cm^2).$$

d) Thể tích

$$V = 7 . 6 = 42\ (cm^3).$$

84. • Diện tích toàn phần của lăng trụ đứng là

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_đ.$$

Trong tam giác vuông ABC theo định lí Py-ta-go, ta có :

$$BC = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15\ ;$$

$$S_{xq} = (9 + 12 + 15) . 10 = 360\ ;$$

$$2S_đ = 2.\frac{9.12}{2} = 108\ ;$$

$$S_{tp} = 360 + 108 = 468\ (cm^2).$$

• Thể tích của lăng trụ đứng là :

$$V = Sh = \frac{9.12}{2} . 10 = 540\ (cm^3).$$

85. *Giải*. Gọi O là tâm của hình vuông, K là trung điểm BC (h. 176)

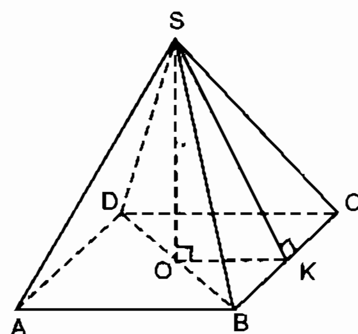
a) • Trong tam giác vuông SOK, ta có :

$\widehat{SOK} = 90^o$ và OK = 5cm (K là trung điểm của BC).

Vậy, theo định lí Py-ta-go :

$$SK^2 = OS^2 + OK^2 = 12^2 + 5^2$$
$$= 144 + 25 = 169.$$

Vậy đoạn $SK = \sqrt{169} = 13$ (cm).



Hình 176

$$S_{SBC} = \frac{1}{2}BC . SK = \frac{1}{2} . 10 . 13 = 65\ (cm^2).$$

• Tổng diện tích của bốn mặt bên bằng $S_{xq} = 4 . 65 = 260$ (cm^2).

• Diện tích toàn phần :

$$S_{tp} = S_{xq} + S_đ = 260 + 10 . 10 = 360 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) Thể tích hình chóp :

$$V = \frac{1}{3}S_đ . SO = \frac{1}{3} . 100 . 12 = 400 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

86. a) $0{,}8424m^2$;

b) $0{,}378m^2$;

c) $408\,240cm^3 \approx 0{,}41m^3$.

87. Chọn (C). Sử dụng công thức thể tích của hình chóp đều.

88. a) $S_{xq} = 4 . \frac{a + 2a}{2} . a = 6a^2$.

b) *HD :* Vẽ một mặt bên (h. 177). Ta có :

$$AH = \frac{AB - A'B'}{2} = \frac{2a - a}{2} = \frac{a}{2}.$$

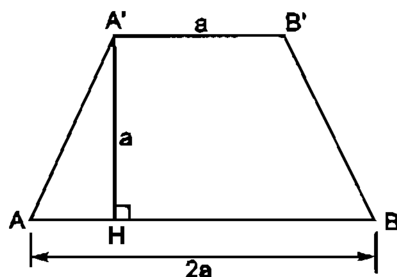
Trong tam giác vuông A'HA :

$$AA' = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}}.$$

Từ đó tính tiếp sẽ có chiều cao hình chóp.

ĐS : Độ dài cạnh bên : $\sqrt{\frac{5a^2}{4}}$.

Chiều cao hình chóp cụt : $\sqrt{\frac{3a^2}{4}}$.



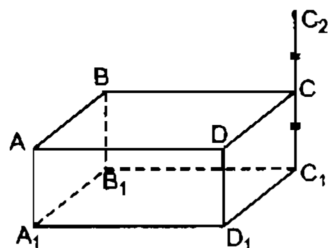
Hình 177

89. Dưới đây là hai cách giải

Cách 1. (h. 178)

– Kéo dài C_1C và lấy điểm C_2 đối xứng với C_1 qua C sao cho $C_1C = CC_2$.

– Dùng thước có chia vạch đo đoạn AC_2, đó chính là độ dài đường chéo.

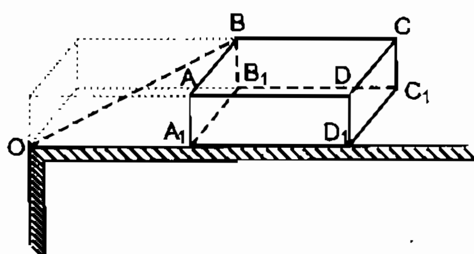


Hình 178

Cách 2. (h. 179)

– Đặt viên gạch sát với góc bàn, kế đó đẩy viên gạch song song với mép bàn một đoạn bằng độ dài A_1D_1 (= OA_1) của viên gạch.

– Dùng thước có chia vạch đo đoạn OB.



Hình 179

90. *Giải*. (h. 166) Thể tích hình hộp chữ nhật là

$$V_1 = 5 . 5 . 3 = 75.$$

Vì OI = IJ, IJ = AA' = 3 và SJ = 9 nên OI = 3 và SO = 3,

suy ra : $A_1B_1C_1D_1$ là hình vuông cạnh là 2,5.

Vậy thể tích hình chóp $S.A_1B_1C_1D_1$ là :

$$V_2 = \frac{1}{3} . 3 . 2,5 . 2,5 = 6,25.$$

Thể tích hình chóp S.A'B'C'D' là : $V_3 = \frac{1}{3} . 6 . 5 . 5 = 50.$

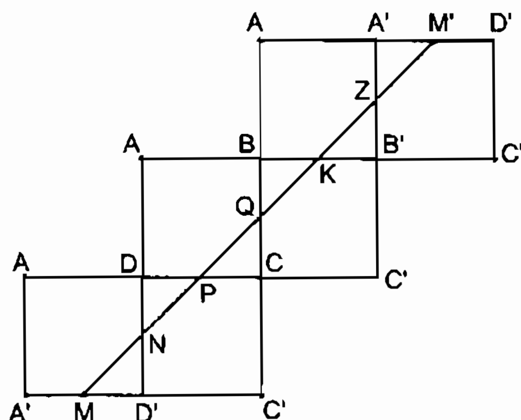
Vậy thể tích cần tính là : $V = V_1 + V_3 - V_2 = 118,75$.

Bài tập bổ sung

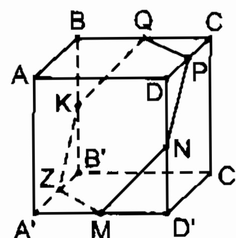
IV.1

a	9	35	20	63	28
b	40	12	21	16	45
c	41	37	29	65	53
h	8	18	17	24	13
Diện tích một đáy	180	210	210	504	630
Diện tích xung quanh	720	1512	1190	3456	1638
Diện tích toàn phần	1080	1932	1610	4464	2898
Thể tích	1440	3780	3570	12096	8190

IV.2. Trải 6 mặt của hình lập phương ABCD.A'B'C'D' như hình bs.18a. Để đi đường ngắn nhất từ M đến M' (M' chính là trung điểm của A'D' trên mặt khai triển) thì con kiến cần bò theo đoạn thẳng MM'. Trên chiếc hộp, đường đi ngắn nhất của con kiến là đường MNPQKZM như ở hình bs.18b (dễ thấy N, P, Q, K, Z lần lượt là trung điểm của DD', CD, BC, BB', A'B').



Hình bs.18a



Hình bs.18b

IV.3. Tam giác đều cạnh a có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Do đó, hình chóp tam giác đều với cạnh đáy a, chiều cao h có thể tích :

$$V = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.h = \frac{a^2h\sqrt{3}}{12}.$$

a) Nếu tăng gấp đôi chiều cao thì thể tích hình chóp là

$$V' = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2h = 2.\frac{a^2h\sqrt{3}}{12} = 2V.$$

b) Nếu tăng gấp đôi cạnh đáy thì thể tích hình chóp là

$$V' = \frac{1}{3}.\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.h = 4.\frac{a^2h\sqrt{3}}{12} = 4V.$$

c) Nếu gấp đôi cả chiều cao và cạnh đáy thì thể tích hình chóp là

$$V' = \frac{1}{3}.\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.2h = 8.\frac{a^2h\sqrt{3}}{12} = 8V.$$

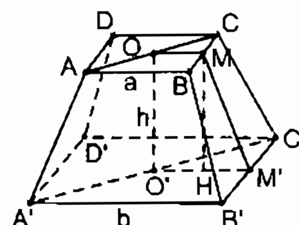
IV.4

a	6	16	24	32	16
d	5	10	15	20	17
h	4	6	9	12	15
Diện tích đáy	36	256	576	1024	256
Diện tích xung quanh	60	320	720	1280	544
Diện tích toàn phần	96	576	1296	2304	800
Thể tích	48	512	1728	4096	1280

IV.5. Xét hình chóp cụt đều ABCD.AB'C'D' như hình bs.19.

Gọi M, M' thứ tự là trung điểm của BC, B'C'. Khi đó MM' là đường cao của hình thang cân BCC'B'. Do đó diện tích xung quanh của hình chóp cụt đều là :

$$S_{xq} = 4.\frac{a+b}{2}.MM' = (2a+2b).MM'.$$



Hình bs.19

Từ giả thiết ta có :

$$(2a+2b).MM' = a^2 + b^2 \text{ hay } MM' = \frac{a^2+b^2}{2(a+b)}. \quad (1)$$

Dễ thấy OM // O'M' nên OM và O'M' xác định mặt phẳng (OMM'O'). Trong mặt phẳng (OMM'O'), kẻ MH ⊥ O'M'. Khi đó : $HM' = O'M' - O'H = \frac{b-a}{2}$.

Trong tam giác vuông MHM' ta có :

$$MM'^2 = MH^2 + HM'^2 = h^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$h^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 = \frac{(a^2+b^2)^2}{4(a+b)^2} \Rightarrow h^2 = \frac{(a^2+b^2)^2 - (b^2-a^2)^2}{4(a+b)^2} = \frac{a^2b^2}{(a+b)^2}.$$

Vậy $h = \frac{ab}{a+b}$.

ÔN TẬP CUỐI NĂM

Phần đại số

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^2 + 2xy - 15y^2$;

b) $x^2y + xy^2 + x^2z + xz^2 + y^2z + yz^2 + 3xyz$.

2. Cho biểu thức $P = (x + 2)^2 - 2(x + 2)(x - 8) + (x - 8)^2$.

Tính nhanh giá trị của biểu thức P tại $x = -5\frac{3}{4}$.

3. Chứng minh rằng với mọi số nguyên n ta có :

$$(4n + 3)^2 - 25 \text{ chia hết cho } 8.$$

4. a) Làm phép chia :

$$(2 - 4x + 3x^4 + 7x^2 - 5x^3) : (1 + x^2 - x).$$

b) Chứng minh rằng thương tìm được trong phép chia ở câu a) luôn luôn dương với mọi giá trị của x.

5. Cho phân thức $P = \dfrac{x^2 + y^2}{2x + 3y + 4}$. Với giá trị nào của x và y thì P = 0 ?

6. Cho biểu thức $M = \left(\dfrac{x+2}{3x} + \dfrac{2}{x+1} - 3\right) : \dfrac{2-4x}{x+1} - \dfrac{3x - x^2 + 1}{3x}$.

a) Rút gọn biểu thức M.

b) Tính giá trị biểu thức rút gọn của M tại x = 6013.

7. Cho phương trình :

$$5(m + 3x)(x + 1) - 4(1 + 2x) = 80. \qquad (1)$$

Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x = 2.

8. Trong hai nghiệm của phương trình

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right) + \left(x - \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$$

thì nghiệm nhỏ là :

(A) $-\frac{3}{4}$; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{3}{4}$; (D) $\frac{5}{8}$.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

9. Giải phương trình :

$$\frac{6}{x-1} - \frac{4}{x-3} + \frac{8}{(x-1)(x-3)} = 0.$$

10. Giải bài toán bằng cách lập phương trình :

Một ô tô phải đi quãng đường AB dài 60km trong một thời gian nhất định. Ô tô đi nửa đầu quãng đường với vận tốc hơn dự định 10km/h và đi nửa sau quãng đường với vận tốc kém dự định 6km/h. Biết ô tô đến B đúng thời gian đã định. Tính thời gian ô tô dự định đi quãng đường AB.

11. Nghiệm của bất phương trình $-4x + 12 < 0$ là :

(A) $x < 3$; (B) $x > 3$; (C) $x < -3$; (D) $x > -3$.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

12. Tìm các giá trị nguyên của x nghiệm đúng cả hai bất phương trình sau :

$$\frac{x+4}{5} - x + 4 > \frac{x}{3} - \frac{x-2}{2} ; \quad (1)$$

$$x - \frac{x-3}{8} \geq 3 - \frac{x-3}{12}. \quad (2)$$

Phần hình học

1. Cho hình bình hành ABCD. O là giao điểm của hai đường chéo. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA ta lần lượt lấy các điểm E, F, G, H sao cho AE = CG, BF = DH.

a) Xác định tâm đối xứng của hình bình hành ABCD.

b) Chứng minh EFGH là hình bình hành, tìm tâm đối xứng của nó.

c) O còn là tâm đối xứng của những hình bình hành nào ?

2. Cho hình thang ABCD (AB // CD). Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của AB, AC, CD, BD.

a) Chứng minh rằng MNPQ là hình bình hành.

b) Nếu ABCD là hình thang cân thì tứ giác MNPQ là hình gì ? Vì sao ?

c) Hình thang ABCD có thêm điều kiện gì thì MNPQ là hình vuông ?

3. Cho góc xOy khác góc bẹt. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B (A nằm giữa O và B), trên tia Oy lấy hai điểm C và D (C nằm giữa O và D). Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của AC, BC, BD và AD.

Tìm điều kiện của góc xOy và các đoạn thẳng AB, CD để tứ giác MNPQ là :

a) Hình chữ nhật ; b) Hình thoi ; c) Hình vuông.

4. Cho tam giác nhọn ABC (AC > AB), đường cao AH. Gọi D, E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, AC, BC.

a) Xác định dạng của các tứ giác DECH, BDEF và DEFH.

b) Biết AH = 8cm, HB = 4cm, HC = 6cm, tính diện tích các tứ giác DECH, BDEF và DEFH.

c) Tính độ dài HE.

5. Tứ giác ABCD có AB = 3cm, BC = 10cm, CD = 12cm, AD = 5cm, đường chéo BD = 6cm. Chứng minh rằng ABCD là hình thang.

6. Cho tam giác ABC và các đường cao BD, CE. Tính số đo góc AED biết $\widehat{ACB} = 48^{\circ}$.

7. Một tam giác có độ dài ba cạnh là 6cm, 8cm và 13cm. Một tam giác khác đồng dạng với tam giác đã cho có độ dài ba cạnh là 12cm, 9cm và x (cm). Độ dài x là :

(A) 17,5cm ; (B) 15cm ; (C) 17cm ; (D) 19,5cm.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

8. Tam giác ABC vuông ở C có AC = 6cm, AB = 9cm, CD là đường cao ($D \in AB$). Độ dài BD bằng :

(A) 8cm ; (B) 6cm ; (C) 5cm ; (D) 4cm.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

9. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB = 4cm, AC = 5cm và A'C = 13cm. Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật đó.

10. Hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao 15cm và thể tích là $1280cm^3$. Độ dài cạnh đáy của nó là :

(A) 14cm ; (B) 16cm ; (C) 15cm ; (D) 17cm.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN HOẶC ĐÁP SỐ

Phần đại số

1. a) *Cách 1* : $x^2 + 2xy - 15y^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - 16y^2$

$= (x + y)^2 - (4y)^2$

$= (x + y + 4y)(x + y - 4y)$

$= (x + 5y)(x - 3y).$

Cách 2 : $x^2 + 2xy - 15y^2 = x^2 + 5xy - 3xy - 15y^2$

$= x(x + 5y) - 3y(x + 5y)$

$= (x + 5y)(x - 3y).$

b) $x^2y + xy^2 + x^2z + xz^2 + y^2z + yz^2 + 3xyz$

$= (x^2y + x^2z + xyz) + (xy^2 + y^2z + xyz) + (xz^2 + yz^2 + xyz)$

$= x(xy + xz + yz) + y(xy + yz + xz) + z(xz + yz + xy)$

$= (xy + xz + yz)(x + y + z).$

2. $P = [(x + 2) - (x - 8)]^2 = 10^2 = 100.$

Biểu thức P có giá trị là 100 tại mọi giá trị của x.

3. *Cách 1* : $(4n + 3)^2 - 25 = (4n + 3)^2 - 5^2$

$= (4n + 3 + 5)(4n + 3 - 5)$

$= (4n + 8)(4n - 2)$

$= 4(n + 2).2(2n - 1)$

$= 8(n + 2)(2n - 1).$

Vì $n \in \mathbf{Z}$ nên $(n + 2)(2n - 1) \in \mathbf{Z}$. Do đó $8(n + 2)(2n - 1) \vdots 8$.

Cách 2 : $(4n + 3)^2 - 25 = 16n^2 + 24n + 9 - 25$

$= 16n^2 + 24n - 16$

$= 8(2n^2 + 3n - 2).$

Vì $n \in \mathbf{Z}$ nên $2n^2 + 3n - 2 \in \mathbf{Z}$. Do đó $8(2n^2 + 3n - 2) \vdots 8$.

4. a) Sắp xếp hai đa thức theo luỹ thừa giảm dần của x rồi đặt phép chia. Thương tìm được là $3x^2 - 2x + 2$.

b) $3x^2 - 2x + 2 = (x^2 - 2x + 1) + 2x^2 + 1$

$$= (x - 1)^2 + 2x^2 + 1 > 0 \text{ với mọi x.}$$

5. Từ $x^2 + y^2 = 0$ khi và chỉ khi $x = y = 0$. Khi đó mẫu

$$2x + 3y + 4 = 2 . 0 + 3 . 0 + 4 = 4 \neq 0.$$

Vậy P = 0 khi x = y = 0.

6. a) $M = \frac{x - 1}{3}$;

b) M = 2004.

7. Thay x = 2 vào phương trình (1) đã cho ta có :

$$15(m + 6) - 4(1 + 4) = 80$$

hay $\quad 15m + 70 = 80.$

Từ đó : $m = \frac{2}{3}$.

8. Câu trả lời đúng là câu (D) : $\frac{5}{8}$.

9. Phương trình vô nghiệm.

10. Gọi vận tốc ô tô dự định đi quãng đường AB là x (km/h).

Có phương trình : $\frac{30}{x + 10} + \frac{30}{x - 6} = \frac{60}{x}$.

Giải ra được x = 30.

Thời gian ô tô dự định đi AB là 2 giờ.

11. Câu trả lời đúng là câu (B) : x > 3.

12. Nghiệm chung của hai bất phương trình là $3 \leq x < 6$.

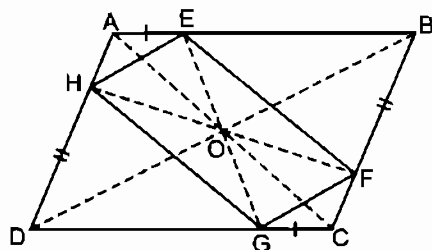
Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{3 ; 4 ; 5\}$.

Phần hình học

1. (h. 180)

a) Tâm đối xứng của hình bình hành ABCD là giao điểm O của các đường chéo AC và BD.

b) AE // CG, AE = CG nên AECG là hình bình hành ⇒ O là trung điểm của EG. Tương tự O là trung điểm của HF. Vậy O là tâm đối xứng của hình bình hành EFGH.



Hình 180

c) O còn là tâm đối xứng của các hình bình hành : AECG, EBGD, AHCF, DHBF.

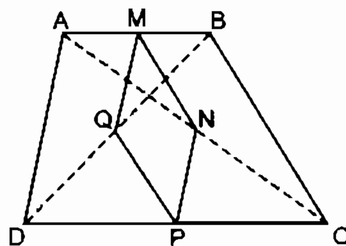
2. (h. 181)

a) MN // QP (cùng song song với BC)

$$MN = QP \left(= \frac{1}{2} BC \right)$$

⇒ MNPQ là hình bình hành.

b) MNPQ là hình thoi vì là hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau.



Hình 181

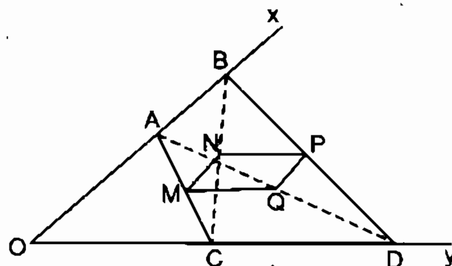
c) Hình thang ABCD là hình thang cân có hai góc kề một đáy đều bằng 45^{o} thì MNPQ là hình vuông.

3. (h. 182)

a) Vì MNPQ là hình chữ nhật nên $\widehat{xOy} = 1v$.

b) MNPQ là hình thoi ⇔ AB = CD.

c) MNPQ là hình vuông ⇔ $\widehat{xOy} = 1v$ và AB = CD.



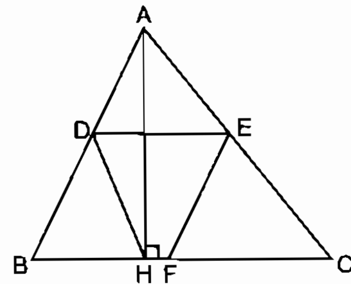
Hình 182

4. (h. 183)

a) DECH là hình thang (vì có DE // CH) ;

BDEF là hình bình hành (vì có DE // BF và DE = BF).

DEFH là hình thang cân (vì có DE // HF và DF = HE = $\frac{1}{2}$AC).



Hình 183

b) $S_{DECH} = 22cm^2$, $S_{BDEF} = 20cm^2$, $S_{DEFH} = 12cm^2$.

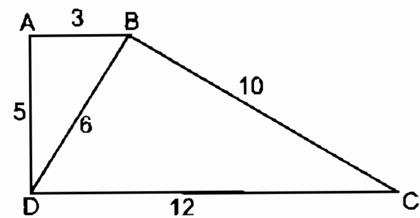
c) $AC^2 = AH^2 + HC^2 = 8^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow AC = 10cm$;

$HE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}.10 = 5$ (cm).

5. *HD :* (h. 184)

Chứng minh ΔABD ∽ ΔBDC (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{BDC} \Rightarrow AB // CD$.



Hình 184

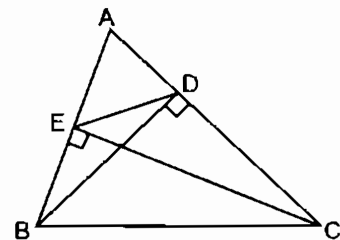
6. *HD :* (h.185)

Chứng minh ΔABD ∽ ΔACE (g.g)

$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$.

Suy ra ΔADE ∽ ΔABC (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{ACB} = 48^o$.



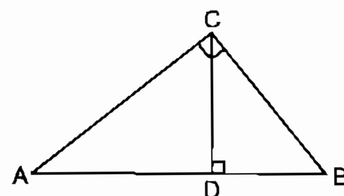
Hình 185

7. Câu trả lời đúng là (D) : x = 19,5cm.

8. *HD :* (h. 186)

Chứng minh ΔBDC ∽ ΔBCA (g.g)

Suy ra :



Hình 186

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BC}{BA} \Rightarrow BD = \frac{BC^2}{BA} = \frac{AB^2 - AC^2}{AB}$$

$$= \frac{9^2 - 6^2}{9} = \frac{45}{9} = 5.$$

Câu trả lời đúng là (C) : BD = 5cm.

9. $V = 144\ (cm^3)$; $S_{xq} = 168\ (cm^2)$.

10. Câu trả lời đúng là (B) : 16cm.

MỤC LỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản : Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc **NGÔ TRẦN ÁI**
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập **NGUYỄN QUÝ THAO**

Biên tập lần đầu : **NGUYỄN KIM THƯ – HOÀNG XUÂN VINH**
Biên tập tái bản : **PHẠM THỊ THANH NAM**
Biên tập kĩ thuật : **KIỀU NGUYỆT VIÊN – TRẦN THANH HẰNG**
Biên tập mĩ thuật : **ĐẶNG MINH HIỀN – HOÀNG MẠNH DỨA**
Trình bày bìa : **BÙI QUANG TUẤN**
Sửa bản in : **PHẠM THỊ THANH NAM**
Chế bản : **CÔNG TY CP THIẾT KẾ VÀ PHÁT HÀNH SÁCH GIÁO DỤC**

BÀI TẬP TOÁN 8 - TẬP HAI

Mã số : 2B804T1

In 110.000 cuốn (ST) , khổ 17 x 24cm. Tại Nhà máy in BTTM.
Số in: 1504 Số XB: 01-2011/CXB/767-1235/GD.
In xong và nộp lưu chiểu tháng 1 năm 2011.


HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH



VƯƠNG MIỆN KIM CƯƠNG
CHẤT LƯỢNG QUỐC TẾ

SÁCH BÀI TẬP LỚP 8

1. Bài tập Ngữ văn 8 (tập một, tập hai)
2. Bài tập Toán 8 (tập một, tập hai)
3. Bài tập Vật lí 8
4. Bài tập Hoá học 8
5. Bài tập Tiếng Anh 8
6. Bài tập Tiếng Pháp 8
7. Bài tập Tiếng Nga 8

Bạn đọc có thể mua sách tại :

- Các Công ty Sách - Thiết bị trường học ở các địa phương.
- Công ty CP Đầu tư và phát triển giáo dục Hà Nội, 187B Giảng Võ, TP. Hà Nội.
- Công ty CP Đầu tư và phát triển giáo dục Phương Nam, 231 Nguyễn Văn Cừ, Quận 5, TP. HCM.
- Công ty CP Đầu tư và phát triển giáo dục Đà Nẵng, 15 Nguyễn Chí Thanh, TP. Đà Nẵng.

hoặc các cửa hàng sách của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam :

– Tại TP. Hà Nội : 187 Giảng Võ ; 232 Tây Sơn ; 23 Tràng Tiền ; 25 Hàn Thuyên ; 32E Kim Mã ; 14/3 Nguyễn Khánh Toàn ; 67B Cửa Bắc.
– Tại TP. Đà Nẵng : 78 Pasteur ; 247 Hải Phòng.
– Tại TP. Hồ Chí Minh : 104 Mai Thị Lựu ; 2A Đinh Tiên Hoàng, Quận 1 ; 240 Trần Bình Trọng ; 231 Nguyễn Văn Cừ, Quận 5.
– Tại TP. Cần Thơ : 5/5 Đường 30/4.
– Tại Website bán sách trực tuyến : www.sach24.vn

Website: www.nxbgd.vn





Giá: 12.600 đ